

T-61.231 Hämmontunnistuksen perusteet

Laskuharjoitus 5: 21.10.2002

1. Kahden luokan keskiarvot ovat $\underline{m}_1 = (-2 \ -2)^T$ ja $\underline{m}_2 = (2 \ 2)^T$. Luokan sisäiset sirontamatriisit (scatter matrices) ovat (α on parametri)

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Piirrä luokkien tiheysfunktiot olettaen luokkien olevan (approksimatiivisesti) Gaussisesti jakautuneita.
- b) Laske Fisherin lineaarisen diskriminantin suunta käyttäen kaavaa $\hat{w} = S_W^{-1}(\underline{m}_1 - \underline{m}_2)$ (kaava 4-12 Schalkoffin kirjassa).
- c) Etsi Fisherin lineaarisen diskriminantin suunnat laskemalla matriisin $S_\omega^{-1}S_B$ ominaisvektorit.
- d) Hämmottele Fisherin lineaarista diskriminanttia, kun $\alpha = 1, \alpha = 4, \alpha \rightarrow \infty, \alpha \rightarrow 0$. Näyttääkö tulos järkevältä?
2. Valitaan kaavan 4-6b (Schalkoff) osoittaja Fisherin diskriminantin mittafunktioksi eli poistetaan luokkien sisäisen varianssin vaikutus mittafunktiosta. Mittafunktioksi saadaan tällöin $J(\omega) = (\bar{m}_1 - \bar{m}_2)^2$. Maksimoi $J(\omega)$.
3. Osoita että, jos $O(N, l)$ on ryhmittelyiden lukumäärä, jotka voidaan muodostaa $(l - 1)$ ulotteisilla hypertasoilla erottamaan N pistettä kahteen luokkaan kaikilla mahdollisilla kombinaatioilla

$$O(N, l) = 2 \sum_{i=0}^l \binom{N-1}{i}$$