

T-61.231 Hämmontunnistuksen perusteet

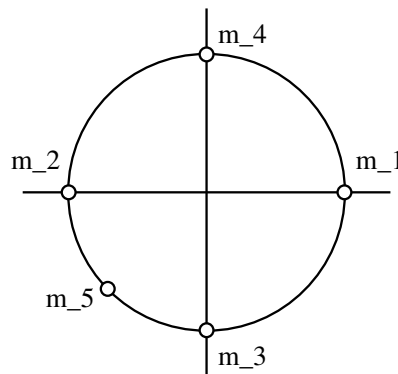
Laskuharjoitus 10: 2.12.2002

1. Tarkastellaan seuraavaa läheisyysmatriisia:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 1 & 8 & 7 \\ 9 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 6 & 8 & 3 & 0 & 1 \\ 5 & 7 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Käytä sekä yksinkertaista (single) että täydellistä (complete) linkkialgoritmiä rakentaaksesi dendreogrammit P :stä. Kommentoi tuloksia. (*Theodoridis, exercise 13.10, p. 437*)

2. C-means klusterointialgoritmiä (tai LBG-koodausalgoritmi) voidaan käyttää kuvien koodaamiseen. Mikä on pakkausaste jos $(k \times k)$ -kokoisia ikkunoita samplataan kolmivärikuvasta (8 bittiä per väri) ja tulokset koodataan käyttäen 2^n koodivektoria?
3. Tarkastellaan yksiulotteista itseorganisoituvaa karttaa (Self-Organizing Map, SOM), missä sekä neuronien painot m_i että syötevektorit x ovat aina yksikköympyrällä. (Ja näinollen kulmia välillä $[0, 2\pi[$. On 5 painoa ja niiden sijainnit opetuksena alussa on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1:

Oppimissääntö (Kohosen sääntö):

1. Valitse piste x mielivaltaisesti yksikköympyrältä.
2. Etsi viiden painon joukosta parhiten sopiva yksikkö (Best Matching Unit, BMU) m_c , jonka etäisyys (kulma) pisteestä x on pienin.
3. Päivitä painoa m_c ja sen kahta lähintä naapuria. Naapuristo on määritelty siten, että esim. vektorin m_3 lähimmät naapurit ovat aina vektorit m_2 ja m_4 niiden sijainnista riippumatta ja naapuruus on syklinen (m_5 :n naapurit ovat m_4 ja m_1 ja m_1 :n naapurit ovat m_5 ja m_2). Painoja päivitetään siten, että ne siirretään lyhintä mahdollista tietä pisteeseen joka on x :n ja painovektorin senhetkisen sijainnin puolella välissä.

Ongelma: sinun täytyy järjestää painot kasvavaan tai vähenevään järjestykseen yksikkökehälle käyttäen edellä esitettyä oppimissääntöä. Voit valita syötteet x vapaasti. Yritä minimoida tarvittavien opetusaskeleiden määrä.

(Vihje: minimiratkaisussa on kaksi askelta, eli tarvitaan vain kaksi syötettä. Keksitkö mitkä ne ovat?)

4. Olkoon energiefunktio

$$C = \sum_q \sum_r h(r - q) \sum_{x \in V_r} \|x - m_q\|^2$$

missä r ja q ovat kartan indeksejä, m_q neuronien painoja, $h(r - q)$ tilainvariantti (space invariant) naapuruusfunktio ja V_r niiden syötepuisteiden joukko, jolle neuroni r on parhaiten sopiva yksikkö (BMU). Voidaan osoittaa, että tämä on energiefunktio Kohosen algoritmille jos syötepuisteiden joukko on äärellinen.

a) Muodosta C :n gradienttifunktio painovektorin m_q suhteen ja aseta se nolaksi. Tämä määrittelee tasapainopuistein verkolle.

b) Jos oletetaan, että kaikissa joukoissa V_r on yhtä paljon (N kpl) puisteitä, ja joukon V_r keskiarvo on

$$c_r = 1/N \sum_{x \in V_r} x,$$

osoita että kohdan a) määrittämässä tasapainopuisteessä pätee

$$m_q = \sum_r h(q - r)c_r.$$

5. LVQ-1-algoritmiä käytetään yksiulotteiseen tehtävään jossa syötteet ovat peräisin kahdesta luokasta. Luokkien priori-todennäköisyydet ovat yhtä suuret. Syötteen x arvo on nolla jos se kuuluu luokkaan ω_1 tai yksi sen kuuluessa luokkaan ω_2 . Kumpikin luokka esitetään yhdellä painolla, w_1 tai w_2 . Mihin painot konvergoivat? Ota huomioon eri alkuarvot painoille.