T-61.231 Hahmontunnistuksen perusteet

Laskuharjoitus 9: 26.11.2001

1. Tarkastellaan seuraavaa läheisyysmatriisia:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 9 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 1 & 8 & 7 \\ 9 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 6 & 8 & 3 & 0 & 1 \\ 5 & 7 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   Käytä sekä yksinkertaista (single) että täydellistä (complete) linkkialgoritmiä rakentaaksesi dendreogrammit P:stä. Kommentoi tuloksia. *(Theodoridis, exercise 13.10, p. 437)*

2. C-means klusterointialgoritmia (tai LBG-koodausalgoritmi) voidan käyttää kuvien koodaamiseen. Mikä on pakkausaste jos $(k \times k)$-kokoisia ikkunoita samplataan kolmivärikuvasta (8 bittiä per väri) ja tulokset koodataan käyttäen 2^n koodivektoria?

3. Tarkastellaan yksiulotteista itseorganisoituvaa karttaa (Self-Organizing Map, SOM), missä sekä neuronien painot m_i että syötevektorit x ovat aina yksikköympyrällä. (Ja näinollen kulmia välillä $[0, 2\pi[$.. On 5 painoa ja niiden sijainnit opetuksena alussa on esitetty kuvassa 1.

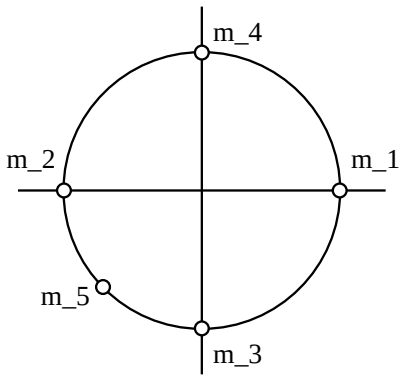

Figure 1:

   Oppimissääntö (Kohosen sääntö):

   1. Valitse piste x mielivaltaisesti yksikköympyrältä.
   2. Etsi viiden painon joukosta parhiten sopiva yksikkö (Best Matching Unit, BMU) m_c, jonka etäisyys (kulma) pisteestä x on pienin.
   3. Päivitä painoa m_c ja sen kahta lähintä naapuria. Naapuristo on määritelty siten, että esim. vektorin m_3 lähimmät naapurit ovat aina vektorit m_2 ja m_4 niiden sijainnista riippumatta ja naapuruus on syklinen (m_5:n naapurit ovat m_4 ja m_1 ja m_1:n naapurit ovat m_5 ja m_2). Painoja päivitetään siten, että ne siirretään lyhintä mahdollista tietä pisteeseen joka on x:n ja painovektorin senhetkisen sijainnin puolessa välissä.

Ongelma: sinun täytyy järjestää painot kasvavaan tai vähenevään järjestykseen yksikkökehälle käyttäen edellä esitettyä oppimissääntöä. Voit valita syötteet x vapaasti. Yritä minimoida tarvittavien opetusaskeleiden määrä.

(Vihje: minimiratkaisussa on kaksi askelta, eli tarvitaan vain kaksi syötettä. Keksitkö mitkä ne ovat?)

4. Olkoon energiafunktio

$$C = \sum_q \sum_r h(r-q) \sum_{x \in V_r} \|x - m_q\|^2$$

missä r ja q ovat kartan indeksejä, m_q neuronien painoja, $h(r-q)$ tilainvariantti (space invariant) naapuruusfunktio ja V_r niiden syötepisteiden joukko, jolle neuroni r on parhaiten sopiva yksikkö (BMU). Voidaan osoittaa, että tämä on energiafunktio Kohosen algoritmille jos syötepisteiden joukko on äärellinen.

a) Muodosta C:n gradienttifunktio painovektorin m_q suhteen ja aseta se nollaksi. Tämä määrittelee tasapainopisteen verkolle.

b) Jos oletetaan, että kaikissa joukoissa V_r on yhtä paljon (N kpl) pisteitä, ja joukon V_r keskiarvo on

$$c_r = 1/N \sum_{x \in V_r} x,$$

osoita että kohdan a) määrittämässä tasapainopisteessä pätee

$$m_q = \sum_r h(q-r) c_r.$$

5. LVQ-1-algoritmiä käytetään yksiuloitteiseen tehtävään jossa syötteet ovat peräisin kahdesta luokasta. Luokkien priori-todennäköisyydet ovat yhtä suuret. Syötteen x arvo on nolla jos se kuuluu luokkaan ω_1 tai yksi sen kuuluessa luokkaan ω_2. Kumpikin luokka esitetään yhdellä painolla, w_1 tai w_2. Mihin painot konvergoivat? Ota huomioon eri alkuarvot painoille.