Tik-61.231 Hahmontunnistuksen perusteet

Laskuharjoitus 6: 30.10.2000

1. Tarkastellaan 2-kerroksista MLP verkkoa (1 piilokerros, 1 ulostulokerros), joka on suunniteltu luokittelutehtävään. Verkolla on N_x syöteneuronia (input neurons), N_h piilokerroksen neuronia (hidden layer neurons) ja N_y ulostuloneuronia (output neurons).

   a) Kuinka monta painoa, mukaanluettuna offsetit, verkolla on?

   b) Olkoon N_t opetusvektoreiden lukumäärä ja N_w painojen lukumäärä, mukaanluettuna offsetit, joka laskettiin kohdassa a).

   Widrowin säännön mukan verkolla on hyvä yleistämiskyky kun

   $$N_t >= 10 \times N_w/N_y.$$

   Jos haluaisimme luokitella merkkejä verkolla siten, että $N_y = 10$ (selitä mitä tämä tarkoittaa) ja syötekuvat ovat rasterikuvia kokoa 16×16 (mikä on N_x ?), mikä on suhde piilokerroksen ja opetusjoukon kokojen välillä kun olemme Widrowin rajalla?

2. Kaksiluokkainen luokitteluongelma on esitetty kuvassa 1. Määritä käsin (käyttämättä mitään opetusalgoritmia) MPL verkko, jolla on kaksi syöteneuronia, kaksi ulostuloneuronia ja sopiva määrä piilokerroksen neuroneja. Verkon täytyy antaa tulokseksi vektori (1,0) tai (0,1) kun syötevektori kuuluu luokkaan 1 tai 2.

   Mikä on pienin määrä piilokerroksen neuroneja? Onko olemassa yläraja piilokerroksen neuronien lukumäärällä, jonka jälkeen luokitin ei enää toimi?

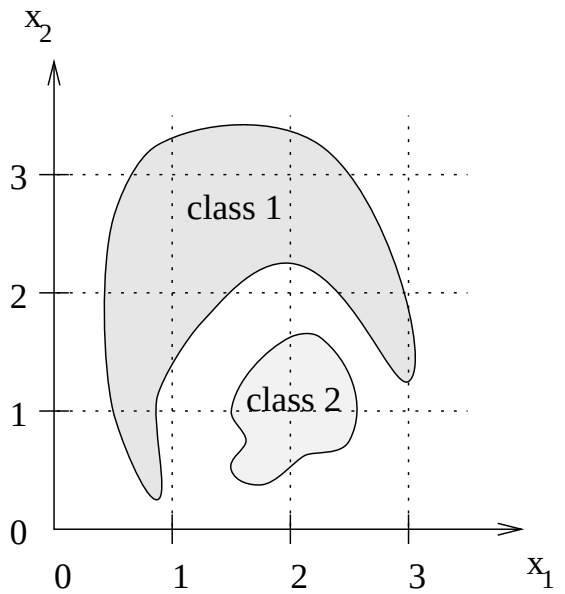

Figure 1:

3. Piirrä kolme suoraa kaksiulotteiseen avaruuteen

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 0 \\ x_2 &= \tfrac{1}{4} \\ x_1 - x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Määritä kuution kohta, johon jokainen polyhedri joka muodostuu suorien leikkuksesta kuvautuu MLP:n ensimmäisen kerroksen toimesta, toteuttaen nämä suorat. Yhdistä alueet kahdeksi luokaksi siten, että (a) kaksikerroksinen verkko pystyy luokittelemaan ne ja (b) tarvitaan kolmikerroksinen verkko luokittelemaan ne onnistuneesti. Laske synaptiset painot analyyttisesti molemmille tapauksille.

4. Kun MLP:tä käytetään luokittelutehtävään, ulostuloneuronien lukumäärä on yleensä sama kuin luokkien lukumäärä. Toivottu ulostulo on nolla kaikille paitsi yhdelle neuronille kerrallaan ja jokainen ulostuloneuroni vastaa yhtä luokkaa. Syöte luokitellaan siihen luokkaan, jonka neuroni on eniten aktiivinen.

   Otetaan yksi ulostuloneuroni, jonka ulostulo on $y(x)$ kun verkon syöte on x ja toivottu vaste on d. Tälle yksittäiselle neuronille kustannusfunktio, joka minimoidaan back-propagation-algoritmia käyttäen, on seuraavan muotoinen:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (y(x^k) - d^k)^2,$$

   missä N on opetusnäytteiden lukumäärä. Jos N on hyvin suuri, kustannusfunktio approksimoi seuraavaa odotusarvoa:

$$J = E_{x,d}[(y(x) - d)^2].$$

   Osoita, että kustannusfunktion minimoiva ratkaisu on optimaalinen diskriminanttifunktio Bayesin luokittimelle:

$$y(x) = P(d = 1|x).$$