T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti, ti 9.5.2006 klo 8-11. Salit B (A-M), M (N-Ö, non-Finnish).

Jos teet **2. välikokeen**, vastaa tehtäviin **1-3.** 2. vk on oikeus tehdä **vain kerran joko 9.5. tai 16.5.**

Jos teet **tentin**, vastaa tehtäviin **2-5.** Tentti on oikeus tehdä **vain kerran joko 9.5. tai 16.5.**

Kirjoita päällimmäisen konseptin alkuun isolla vastaatko **välikokeeseen vai tenttiin!**.

Tilaisuudessa ei saa olla omaa taulukkokirjaa. Graafinen laskin sallittu. Tilaisuudessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake monivalintatehtävää (joko 1 tai 5) varten.

Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen sekä **monivalintatehtävästä palautetaan erillinen A4-lomake.** Tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää.

Aloita uusi tehtävä **uudelta sivulta**. Kirjoita laskuissa käytetyt **välivaiheet mukaan**.

Muista myös **kurssipalaute**, josta saa yhden pisteen sekä välikokeeseen että tenttiin. Täytä www-lomake T-osaston palautejärjestelmässä, jonne linkki kurssin kotisivulta `http://www.cis.hut.fi/Opinnot/T-61.3010/`.

1) (**VAIN VÄLIKOE**, 14 x 1p, max 12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, johon rastita myös, teetkö välikokeen vai tentin.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

1.1 Kuvan 1(a) suodin:

(A) on rakenteeltaan suora muoto I -tyyppinen ("direct form I")

(B) on FIR-tyyppinen

(C) siirtofunktio on $H(z) = \frac{1+0.5z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-0.1z^{-1}-2z^{-2}}$

(D) viiveyksiköiden määrä on sama kuin suotimen asteluku

1.2 Kuvan 1(b) suodin on

(A) sopivalla vakioarvolla $K > 0$ kokopäästösuodin ("allpass")

(B) tyyppiä suora muoto I ("direct form I")

(C) ristikkorakenteinen ("lattice")

(D) epästabiili

1.3 Kuvan 2(a) suodin, jossa $H_1(z) = 1 + 0.5z^{-1}$ ja $H_2(z) = 0.5 + z^{-1}$, on

(A) ryhmäviiveeltään yksi

(B) lineaarivaiheinen

(C) ristikkorakenteinen (lattice)

(D) IIR-tyyppinen

1.4 Tarkastellaan kuvan 2(b) lohkokaavioesitystä ("block diagram"), jossa A ja B positiivisia vakioita.

(A) Lukujonoksi $y[n]$ saadaan $y[n] = B\cdot(Ax[n]+w[n])$

(B) Suodinta ei voida fysikaalisesti toteuttaa

(C) Suodin voidaan esittää takaisinkytkettynä suora muoto I -rakenteena

(D) Suodin on FIR-tyyppinen

1.5 Tarkastellaan kuvan 2(c) lohkokaavioesitystä ("block diagram"), jossa kolme LTI-alijärjestelmää $S(z)$, $R(z)$ ja $T(z)$. Suotimen siirtofunktio on

(A) $H(z) = \frac{S(z)+R(z)T(z)}{1-T(z)}$

(B) $H(z) = \frac{S(z)R(z)}{1-S(z)T(z)}$

(C) $H(z) = \frac{R(z)S(z)}{1+S(z)T(z)}$

(D) $H(z) = \frac{R(z)S(z)}{T(z)}$

1.6 Matlabissa komennolla `ellipord` lasketaan elliptisen suotimen vaatima asteluku ja rajataajuus. Miten saat tietoa lisää komennon käytöstä Matlabissa?

(A) `help ellipord`

(B) `man ellipord`

(C) `info ellipord`

(D) `doc ellipord`

1.7 Matlabissa halutaan suunnittella digitaalinen elliptinen ylipäästösuodin, jonka estokaista loppuu kohdassa 2000 Hz ja päästökaista alkaa kohdassa 3000 Hz. Näytteenottotaajuus on 10000 Hz. Komentoa `ellipord` varten taajuudet pitää normalisoida Matlabia varten. Oikea komento on:

(A) `[N, Wn] = ellipord(0.2, 0.3, 1, 40, 'high');`

(B) `[N, Wn] = ellipord(2000, 3000, 10000, 'HP');`

(C) `[N, Wn] = ellipord(0.6, 0.4, 1, 40);`

(D) `[N, Wn] = ellipord(2*3000*pi, 2*2000*pi, 1, 40, 10000);`

1.8 Analogisuodin $H(s) = 1/(s + 0.5)$ muutetaan digitaaliseksi $H(z)$ käyttäen bilineaarimuunnosta. Digitaalinen suodin on

(A) $H(z) = 1/(z^{-1} + 0.5)$

(B) $H(z) = 2/(1 + 2z^{-1})$

(C) $H(z) = (2/3)\cdot(1 + z^{-1})/(1 - (1/3)z^{-1})$

(D) $H(z) = (1 + z^{-1})\cdot(1 - z^{-1})/(1 + 0.5z^{-1})$

1.9 Fast Fourier Transform (FFT)

(A) laskee diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) sitä tarkemmin, mitä enemmän tarjolla on laskentakapasiteettia

(B) laskee diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) vähemmillä laskutoimituksella kuin DFT:n määritelmän mukaisesti

(C) sekvenssi voidaan jatkaa nollilla ("zero padding") 2^N-pituiseksi, jotta FFT:ä voidaan käyttää

(D) vaatii noin N^2 kompleksista laskutoimitusta N:n suurilla arvoilla

1.10 Äärellisen sananpituuden ("finite wordlength") aiheuttamat efektit voivat olla seurausta

(A) suotimen kertoimien kvantisoinnista

(B) kertolaskutulosten pyöristyksestä

(C) kertolaskutulosten katkaisusta

(D) analogiasyötteen kvantisoinnista

1.11 Kvantisointivirheen takaisinkytkentäsuodin ("error spectrum shaping"):

(A) Ei tarvittaisi lainkaan, jos käytössä olisi äärettömän hyvä laskentatarkkuus

(B) Suotimella voidaan muokata kvantisointikohina vähemmän kiinnostavalle kaistalle

(C) Käytettävä aina, jotta mistä tahansa suotimesta tulisi käyttökelpoinen

(D) Kvantisointivirhe $e[n]$ syötetään muokattuna takaisin suotimeen.

1.12 Jaksollinen lukujono ($N_0 = 6$) $x[n] = \{\ldots, 3, 8, 4, 2, 9, -1, \ldots\}$ laitetaan digitaalijärjestelmään $x[n] \to \boxed{\downarrow 2} \to \boxed{\uparrow 2} \to y[n]$. Mitä tulee ulos?

(A) sama jono $y[n] = x[n]$

(B) puolta lyhyempi jono $y[n]$

(C) $y[n] = \{\ldots, 3, 0, 4, 0, 9, 0, \ldots\}$

(D) $y[n] = 2x[n]$

1.13 Jaksollinen lukujono ($N_0 = 4$) $x[n] = \{\ldots, 7, 3, -2, 8, \ldots\}$ laitetaan digitaalijärjestelmään $x[n] \to \boxed{\uparrow 3} \to \boxed{\downarrow 3} \to y[n]$. Mitä tulee ulos?

(A) sama jono $y[n] = x[n]$

(B) $y[n] = \{\ldots, 7, 0, 0, 8, 7, 0, 0, 8, \ldots\}$, jossa jakso $N_0 = 4$

(C) $y[n] = \{\ldots, 7, 0, 0, 8, 0, 0, -2, 0, 0, 3, 0, 0, \ldots\}$, jossa jakso $N_0 = 12$

(D) $y[n] = 3x[n]$

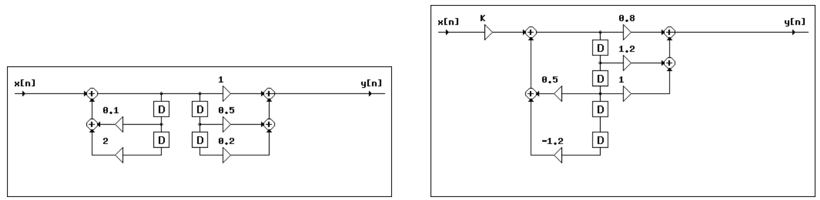
1.14 Digitaalisen sekvenssin näytteenottotaajuutta halutaan pudottaa (2/5)-osaan alkuperäisestä. Kun käytössä on sopivat "anti-alias" ja "anti-imaging" suotimet $H_i(z)$, niin mikä järjestely tuottaa oikean lopputuloksen?

(A) $x[n] \to \boxed{\uparrow 5} \to \boxed{H(z)} \to \boxed{\downarrow 2} \to y[n]$

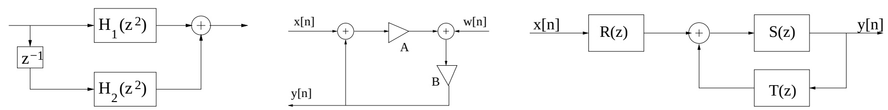
(B) $x[n] \to \boxed{\uparrow 2} \to \boxed{H(z)} \to \boxed{\downarrow 5} \to y[n]$

(C) $x[n] \to \boxed{H_I(z)} \to \boxed{\uparrow 2} \to \boxed{\downarrow 5} \to y[n]$

(D) $x[n] \to \boxed{H_D(z)} \to \boxed{\downarrow 5} \to \boxed{\uparrow 2} \to y[n]$



Kuva 1: (a) ja (b): Monivalintatehtävien 1.1 ja 1.2 kuvia.



Kuva 2: (a), (b) ja (c): Monivalintatehtävien 1.3, 1.4 ja 1.5 kuvia.

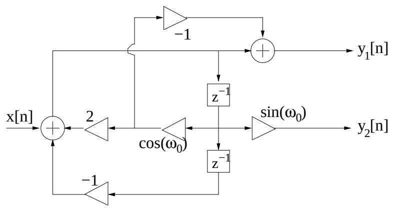
2) (**VÄLIKOE ja TENTTI**, 6p) Tarkastellaan kuvan 3 mukaista virtauskaaviota, joka generoi kaksi sekvenssiä $y_1[n]$ ja $y_2[n]$ annetulla vakiolla ω_0. Mitkä funktiot (sekvenssit) piiri generoi, kun syötteenä on $x[n] = A\delta[n]$. Esitä selkeät välivaiheet.

Vinkki: Katso z-muunnostaulukkoja!

3) (**VÄLIKOE ja TENTTI**, 6p) Suunnittele digitaalinen FIR-suodin ikkunamenetelmällä ("FIR filter design method based on windowed Fourier series"). Suotimen pitää olla **alipäästösuodin** (lowpass), jonka rajataajuus on $f_c = 1000$ Hz ja näytteenottotaajuus $f_T = 8000$ Hz. Tee suotimesta neljännen asteen **kausaalinen** suodin ja käytä ikkunoinnissa Hamming-ikkunaa

$$w_{Hamming}[n] = 0.54 + 0.46\cos(\frac{2\pi n}{2M}) \qquad -M \leq n \leq +M$$

Kirjoita selkeät välivaiheet ja laske kausaalisen suotimen impulssivasteen arvot $h[0], \ldots, h[4]$, silloin kun suotimen maksimi on skaalattu ykköseksi.



Kuva 3: Virtauskaavio tehtävään 2.

4) (**VAIN TENTTI**, 6p) LTI-suotimen differenssiyhtälö on muotoa

$$y[n] = x[n] - x[n-1] - 2a\,y[n-1] - 2a^2\,y[n-2]$$

jossa kerroin a on reaalinen luku, jonka arvo määrätään myöhemmin.

a) Piirrä suotimen lohkokaavio.

b) Määrää suotimen siirtofunktio (suppenemisalueita (ROC) ei tässä tarvitse huomioida).

c) Tutki kausaalisen suotimen taajuusominaisuuksia a:n funktiona napanollatarkastelulla, kun $a \geq 0$.

5) (**VAIN TENTTI**, 14 x 1p, max 12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, johon myös rasti kohtaan teetkö välikokeen vai tentin.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

5.1 Kahden pisteen liikkuva keskiarvoistava suodin ("two-point moving average"):
- **(A)** on IIR-tyyppinen
- **(B)** siirtofunktio $H(z) = 0.5(\delta[n] - \delta[n-1])$
- **(C)** vaimentaa signaalin nopeita muutoksia
- **(D)** differenssiyhtälö on $y[n] = 0.5(x[n] + x[n-1])$

5.2 Sekvenssin $x[n] = \cos(\pi n) + 2\sin(0.25\pi n)$ perusjakso N_0:
- **(A)** $N_0 = 2$
- **(B)** $N_0 = 4$
- **(C)** $N_0 = 8$
- **(D)** $N_0 = 16$

5.3 Sekvenssi $x[n] = \cos(0.5\pi n^2)$
- **(A)** ei ole jaksollinen
- **(B)** on jaksollinen, mutta perusjakson pituus on ∞
- **(C)** perusjakso $N_0 = 2$
- **(D)** perusjakso $N_0 = 4$

5.4 Diskreettiaikainen suodin, jonka sisään- ja ulostuloa kuvaava yhteys on

$$y[n] = x[n] + (x[n+1] \cdot x[n-1])$$

- **(A)** on kausaalinen
- **(B)** on aikainvariantti
- **(C)** on lineaarinen
- **(D)** on BIBO-stabiili

5.5 Sekvenssien $x[n] = \delta[n-1] + \delta[n+1]$ ja $h[n] = \delta[n-2] + \delta[n+2]$ konvoluutio tuottaa
- **(A)** $y[n] = \delta[n-3] + 2\delta[n-1] + 2\delta[n+1] + \delta[n+3]$
- **(B)** $y[n] = \delta[n-1] + \delta[n-3]$
- **(C)** $y[n] = \delta[n-3] + \delta[n+3]$
- **(D)** $y[n] = \delta[n-3] + \delta[n-1] + \delta[n+1] + \delta[n+3]$

5.6 Sekvenssien $y[n] = \{\underline{-4}, -2, 4, -1\}$ ja $h[n] = \{\underline{2}, -1\}$ dekonvoluutio antaa jonon $x[n]$
- **(A)** $x[n] = \{\underline{2}, 1\}$
- **(B)** $x[n] = \{\underline{2}, -1, 4, 1\}$
- **(C)** $x[n] = \{\underline{-2}, -2, 1\}$
- **(D)** $x[n] = \{\underline{2}, -2, -1\}$

5.7 Mikä on kausaalisen ja stabiilin siirtofunktion $H(z) = \frac{1+z^{-3}}{1+0.2z^{-1}}$ käänteismuunnoksen $h[n]$ arvo kohdassa $n = 3$?
- **(A)** $h[3] = 0.032$
- **(B)** $h[3] = 0.9722$
- **(C)** $h[3] = 0.992$
- **(D)** $h[3] = 1.008$

5.8 Kuvassa 4(a) on kaistarajoitetun analogisen reaalisen signaalin spektri $|X(j\Omega)|$. Signaalia näytteistetään pienimmällä näytteenottotaajuudella, jolla ei synny vierastumista ("aliasing"). Mikä kuvista 4(b) ... 4(e) sopii näytteistetyn sekvenssin spektriksi $|X(e^{j\omega})|$?
- **(A)** Kuva 4(b), välillä $0 \ldots \pi$, keskirivi vasemmalla
- **(B)** Kuva 4(c), välillä $-\pi \ldots \pi$, keskirivi oikealla
- **(C)** Kuva 4(d), välillä $0 \ldots \pi$, alarivi vasemmalla
- **(D)** Kuva 4(e), välillä $0 \ldots \pi$, alarivi oikealla

5.9 Näytteistetyn lukujonon $x[n]$ pituus on 1000 ja se on näytteistetty 20 kHz:n taajuudella. Jos näytteenottotaajuutena olisi ollut 10 kHz, niin mikä olisi tällöin sekvenssin pituus?
- **(A)** 500
- **(B)** 1000
- **(C)** 2000
- **(D)** 10000

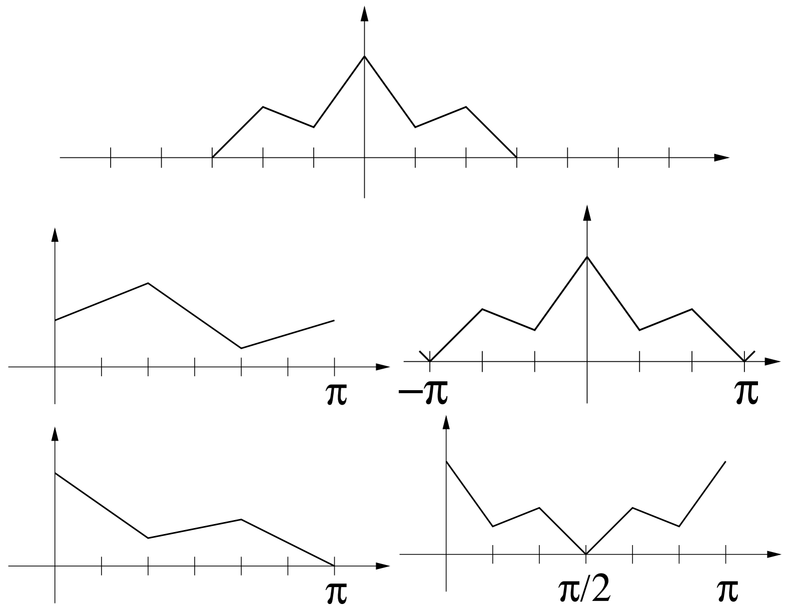
5.10 Tunnetaan minimivaiheinen ("minimum-phase") suodin $H(z)$, jolle voidaan muodostaa käänteissuodin $1/H(z)$. Mitä voidaan sanoa käänteissuotimesta:
- **(A)** FIR
- **(B)** stabiili
- **(C)** nollat tasavälien yksikköympyrällä
- **(D)** aina kausaalinen

5.11 Tutkitaan siirtofunktiota $H(z) = 1/(1 - 5z^{-1} + 6z^{-2})$. Valitsemalla suppenemisalue (ROC, "region of convergence")
- **(A)** $|z| < 2$ saadaan stabiili suodin $h[n]$
- **(B)** $|z| < 3$ saadaan stabiili suodin $h[n]$
- **(C)** $|z| > 3$ saadaan stabiili suodin $h[n]$, joka on myös kausaalinen
- **(D)** tavalla tai toisella, suotimesta ei saada samalla kausaalista ja stabiilia

5.12 Tunnetaan suodin $H_1(z) = \frac{1+0.4z^{-1}}{1-0.8z^{-1}}$. Mitä on $H_2(z) = H_1(z^2)$?
- **(A)** $H_2(z) = \frac{z^2 \cdot (1+0.4z^{-1})}{1-0.8z^{-1}}$
- **(B)** $H_2(z) = \frac{1+0.4z^2}{1-0.8z^2}$
- **(C)** $H_2(z) = \frac{1+0.4z^{-2}}{1-0.8z^{-2}}$
- **(D)** $H_2(z) = 0.4z^{-2} + 0.5 - 1.25z^2$

5.13 Erään (monotonisen) ylipäästösuotimen siirtofunktio on $H(z) = K \cdot (1 - z^{-1})$. Jotta suotimen maksimi on skaalattu ykköseksi, niin kerroin K pitää olla
- **(A)** $K = 1/\infty$
- **(B)** $K = 0.5$
- **(C)** $K = 1$
- **(D)** $K = 2$

5.14 Digitaalisen sekvenssin näytteenottotaajuutta halutaan pudottaa (2/5)-osaan alkuperäisestä. Kun käytössä on sopivat "anti-alias" ja "anti-imaging" suotimet $H_i(z)$, niin mikä järjestely tuottaa oikean lopputuloksen?
- **(A)** $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 5} \rightarrow \boxed{H(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow y[n]$
- **(B)** $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 2} \rightarrow \boxed{H(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 5} \rightarrow y[n]$
- **(C)** $x[n] \rightarrow \boxed{H_I(z)} \rightarrow \boxed{\uparrow 2} \rightarrow \boxed{\downarrow 5} \rightarrow y[n]$
- **(D)** $x[n] \rightarrow \boxed{H_D(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 5} \rightarrow \boxed{\uparrow 2} \rightarrow y[n]$



Kuva 4: (a) ylhäällä keskellä, (b), (c), (d), (e): Monivalintatehtävien 5.8 kuvia.