Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus (DISKO)

2. välikoe 15.11.2000 klo 17-20. Mukana saa olla omat (graafiset) laskimet ja taulukkokirja.

1. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Oikea vastaus: +1 p, ei vastausta 0p, väärä vastaus -0.5 p; tehtävän pistemäärä on kuitenkin 0-6.

   a) Allpass-suodin on aina lineaarivaiheinen.

   b) Suotimen $H(z) = \frac{1-2z^{-1}+z^{-2}}{1+0.5z^{-1}}$ asteluku on 3.

   c) Jos f_s on näytteenottotaajuus, niin välillä $f_s \ldots 3f_s/2$ olevat taajuudet laskostuvat välille $0 \ldots f_s/2$.

   d) Laskostumista (aliasing) ei tapahdu jos signaalin korkein taajuus on enintään kaksi kertaa näytteenottotaajuus.

   e) FFT-algoritmi (Fast Fourier Transform) approksimoi DFT:ä, ja vasta äärettömän suurella näytteenottotaajuudella sillä saadaan samoja tuloksia kuin normaalilla DFT:llä (discrete Fourier transform).

   f) Diskreetin signaalin (näytesekvenssin) katkaisu esimerkiksi ikkunoimalla aiheuttaa säröä signaalin spektriin.

2. (6p) Jatkuvan jaksollisen signaalin $x(t)$ yksipuoleinen spektri $X(j\omega)$ on kuvassa 1. Oletetaan, että kaikki signaalit ovat samassa vaiheessa (nollavaihe).

   a) Kirjoita signaali $x(t)$ aikatasossa kolmen kosinin summana (käänteinen Fourier-sarja)
   $x(t) = \sum_{k=1}^{3} A_k cos(2\pi f_k t + 0)$

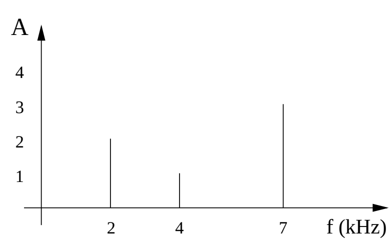
   b) Mikä on signaalin perusjakson pituus $T_0 = 1/f_0$?

   c) Jatkuvaa signaalia näytteistetään taajuudella $f_s = 10$ kHz. Piirrä saadun diskreetin signaalin spektri.

   d) Kuvan 1 jatkuvaa signaalia päätetään suodattaa ensin anti-aliasing suotimella

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |f| < 5 \text{ kHz} \\ 0 & |f| > 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

   Sitten signaali näytteistetään uudestaan taajuudella 10 kHz. Piirrä nyt saatu diskreetin signaalin spektri.



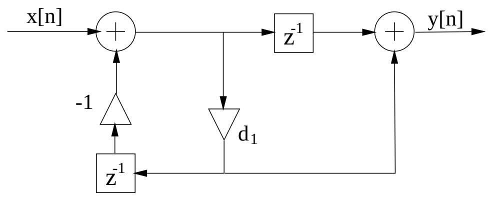
Kuva 1: Tehtävän 2 spektri

3. (6p) Tarkastellaan kuvassa 2 esitettyä allpass-tyyppistä suodinta.

   a) Muodosta suotimen differenssiyhtälö.

   b) Muodosta suotimen siirtofunktio $H(z)$.

   c) Piirrä suotimesta kanoninen versio eli rakenne, jossa on suotimen asteluvun verran viiveyksikköjä.



Kuva 2: Tehtävän 3 allpass-suotimen rakennekaavio

4. (6p) Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän (error feedback) avulla. Menetelmässä suodatettu virhesignaali lisätään kvantisointia ($Q[.]$) edeltävään haaraan suodinrakenteessa. Ilman takaisinkytkentää virhesignaali $e[n]$ **olisi** puhdas kvantisointivirhe, ts. $e[n] = y[n] - x[n]$. Kompensoidussa piirissä virhesignaali $e[n]$ on lähdön $y[n]$ ja kompensoidun tulosignaalin $w[n]$ välinen erotus. Oheisessa kuvassa 3 on ensimmäisen asteen error feedback -rakenne.

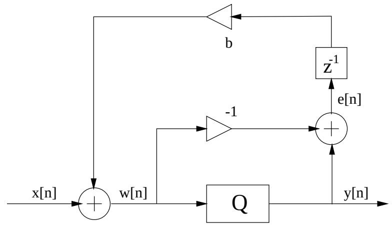
   a) Muodosta rakenteen kohinasiirtofunktio $H_e(z)$

   $$E_{tot}(z) = H_e(z)E(z)$$

   missä $E(z)$ on virheen $e[n] = (Q[w[n]] - w[n])$ z-muunnos ja $E_{tot}(z)$ kokonaisvirheen $e_{tot}[n] = (y[n] - x[n])$ z-muunnos.

   b) Määrää siirtofunktion $H_e(z)$ amplitudivaste, kun $b = 1$. Hahmottele amplitudivasteen kuvaaja. Miten kohinan spektri muuttuu, jos alkuperäinen kohina oletetaan tasajakautuneeksi taajuuden suhteen?

   c) Mitä tapahtuu kokonaisvirheen varianssille rakenteessa?
   (Vihje: $\delta_{tot}^2 = \delta_e^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]|^2$)



Kuva 3: Tehtävän 4 error feedback -rakenne

z-muunnoksia:
$ax[n - n_0] \leftrightarrow ae^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
$H(z) = 1/(1 - e^{-T}z^{-1}) \leftrightarrow h[n] = e^{-nT}\mu[n]$