T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti. Ma 10.5.2010 klo 9-12. Salit G, M.

2. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 10.5. tai 19.5. Tee välikokeessa tehtävät 1, 2 ja 8 (palaute).

Tentti on oikeus tehdä vain kerran joko 10.5. tai 19.5. Tee tentissä tehtävät 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 (palaute). Aloita kukin tehtävä uudelta sivulta.

Tilaisuudessa ei saa olla oma funktiolaskinta eikä taulukkokirjaa. Jaossa on kurssin taulukkomoniste. Tehtävää 1 (välikoe) varten on erillinen vastauslomake.

Palautusohjeet:

- esitä opiskelijakorttisi palautuksen yhteydessä
- jos välikoe: tehtävän 1 vastauslomake ("rasti ruutuun") omaan pinoon **"VK2-MONIVALINTA"**, täytettävä vähintään opiskelijanumero **JA** tehtävän 2 vastauskonsepti omaan pinoon **"VK2-KONSEPTI"**, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- jos tentti: kaikki vastauskonseptit sisäkkäin omaan pinoon **"TENTTI"**
- suttupaperit omaan pinoon **"SUTTU"**
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

1) (10 x 1p, 0-9 p, **VAIN VÄLIKOE**) Monivalinta. Väittämissä on 1–4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti. **Mustaa ruudut**, hailakka rasti voi jäädä lukematta.

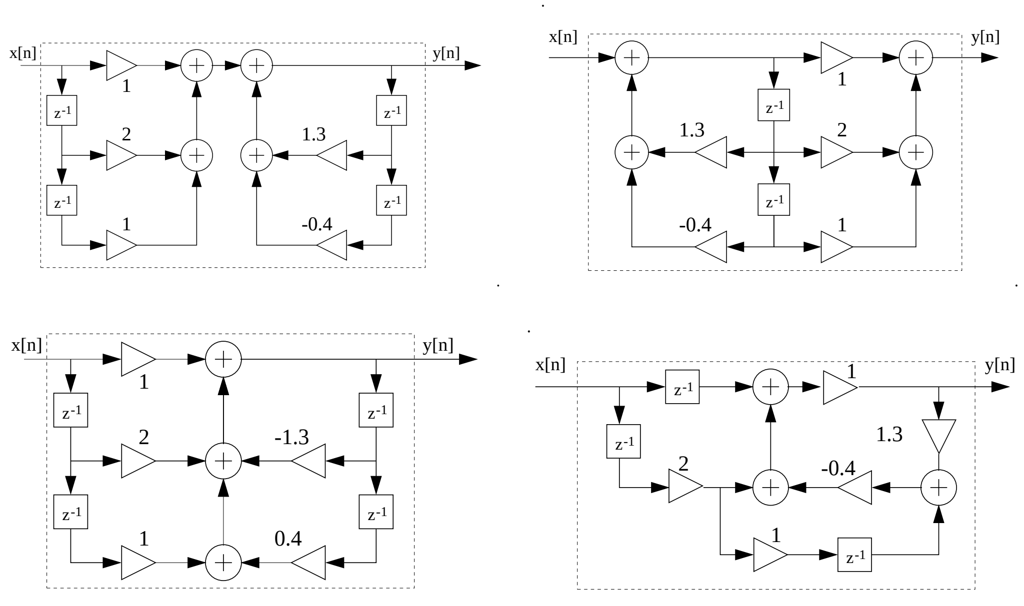
Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

1.1 Kausaalinen ja stabiili LTI-suodin

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.3z^{-1} + 0.4z^{-2}}$$

on esitetty viiveiden suhteen kanonisessa (yksinkertaisessa) suoran muodon II ("direct form II") -rakenteena

(A) kuvassa 1(a).
(B) kuvassa 1(b).
(C) kuvassa 1(c).
(D) kuvassa 1(d).



Kuva 1: Monivalintatehtävän 1.1 rakenteet, ylärivissä **(A)** ja **(B)**, alarivissä **(C)** ja **(D)**.

1.2 Digitaalinen LTI-järjestelmä, jossa syöte on $x[n]$ ja vaste $y[n]$ sekä apumuuttuja $w[n]$, on kuvattu differenssiyhtälöparilla

$$\begin{aligned} w[n] &= 0.6x[n] + 0.8w[n-1] \\ y[n] &= 0.3x[n-1] - 0.5w[n-1] \end{aligned}$$

(A) Suotimessa ei ole takaisinkytkentää eli se on FIR-tyyppinen.

(B) Suotimessa on takaisinkytkentä ilman viivettä (”delay free loop”), ja siten sitä ei pystytä toteuttamaan

(C) Suotimen impulssivaste on $h[n] = (-0.24) \cdot (0.8)^{n-2}\mu[n-2]$

(D) Yhtälöpari sievenee z-muunnoksen jälkeen yhtälöksi $Y(z) = -0.4z^{-2}X(z)$

1.3 Erään (monotonisen) ylipäästösuotimen siirtofunktio on $H(z) = K \cdot (1 - 2z^{-1} + z^{-2})$. Jotta suotimen maksimi on skaalattu ykköseksi, niin kertoimen K pitää olla

(A) $K = 0.25$

(B) $K = 0.5$

(C) $K = 4$

(D) $K = \infty$

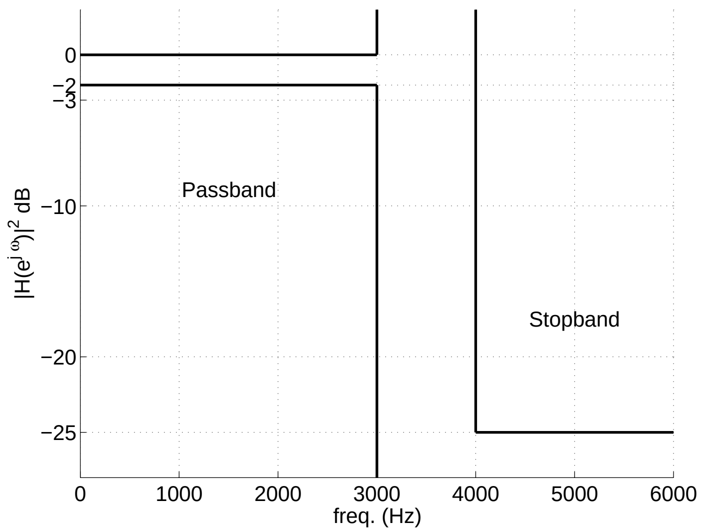
1.4 Suotimen vaatimusmäärittelyt on annettu kuvassa 2. Näytteenottotaajuus on $fT = 12000$ Hz. Määrittelyistä voidaan todeta:

(A) -3 dB:n rajataajuus on kohdassa $f_c = 3500$ Hz

(B) Estokaistan maksimivaimennus on 25 dB

(C) Vaatimukset tiukentuisivat ja toteutettavan suotimen asteluku kasvaisi, jos estokaistan rajataajuus olisi $f_s = 3500$ Hz

(D) Kyseessä on määrittelyt kaistanpäästösuotimelle



Kuva 2: Monivalintatehtävän 1.4 vaatimusmäärittelyt.

.

1.5 Bilineaarimuunnos

(A) on bijektio (yksi-yhteen kuvaus), jossa analogisen s-tason oikea puolitaso kuvautuu z-tason yksikköympyrän sisäpuoleksi

(B) on muunnos, jolla kvantisointivirheen kohina $E_{tot}(z)$ saadaan muokattua suotimen estokaistalle

(C) on yksi tapa laskea analoginen FIR-suodin vastaavasta digitaalisesta vastineesta

(D) on kuvaus, jossa analogisesta suotimesta $H(s)$ saadaan vastaava digitaalinen $H(z)$ niin että stabiilista $H(s)$:stä tulee aina stabiilinen $H(z)$

1.6 Stabiili analogisuodin $H(s) = \Omega/(s+\Omega)$, jossa taajuusvääristymäkorjattu (“prewarped”) rajataajuus $\Omega = k \cdot 0.25$, muutetaan digitaaliseksi $H(z)$ käyttäen sijoitusta $s = k \cdot (1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$. Digitaalinen suodin on

(A) $H(z) = 1/(1 + 4k^{-1}z^{-1})$

(B) $H(z) = 0.2 \cdot (1 + z^{-1})/(1 - 0.6z^{-1})$

(C) $H(z) = 0.25 \cdot (1 - z^{-1})/(1.25 - 0.75z^{-1})$

(D) $H(z) = (1 + z^{-1})/(1 + 0.25z^{-1})$

1.7 Ideaalisen ylipäästösuotimen ($H_{\mathrm{HP}}(z) = 1 - H_{\mathrm{LP}}(z)$) impulssivaste on

$$\begin{aligned} h_{\mathrm{d,HP}}[n] &= \delta[n] - h_{\mathrm{d,LP}}[n] \\ &\approx \{\ldots, 0.0121, -0.1391, \underline{0.3}, -0.1391, 0.0121, \ldots\} \\ h_{\mathrm{d,LP}}[n] &= (\omega_c/\pi) \cdot \mathrm{sinc}(\omega_c n/\pi) \end{aligned}$$

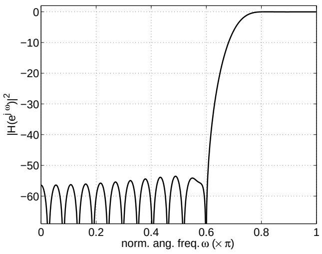
ja Hamming-ikkunafunktion arvot $w_{\mathrm{Hamming}}[n] = \{0.08, 0.54, \underline{1}, 0.54, 0.08\}$. Toteutetaan suodin ikkunamenetelmällä ("window method") ja viivästetään suodin kausaaliseksi.

(A) Ylipäästösuotimen siirtofunktioksi tulee $H(z) = 0.08 + 0.54z^{-1} + z^{-2} + 0.54z^{-3} + 0.08z^{-4}$

(B) Ylipäästösuotimen vaihevaste on epälineaarinen

(C) Ylipäästösuotimen rajataajuus on $\omega_c = 0.7\pi$

(D) Ylipäästösuotimen magnitudivaste $|H(e^{j\omega})|^2$ on kuvassa 3.



Kuva 3: Monivalintatehtävä 1.7: **(D)** $|H(e^{j\omega})|^2$

1.8 Nopea Fourier-muunnos ("Fast Fourier Transform", FFT)

(A) vaatii noin N^2 kompleksista laskutoimitusta suurilla N:n arvoilla

(B) approksimoi diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) sitä tarkemmin, mitä enemmän tarjolla on muistia ja prosessoritehoja

(C) laskee tarkan diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) vähemmillä laskutoimituksella kuin DFT:n määritelmän mukaisesti

(D) kehitettiin 1970-luvulla japanilaisen Tukey Electronics Inc.:n videokonsolin näytönohjaimen laskennan tehostamiseksi

1.9 Digitaalisen sekvenssin näytteenottotaajuutta halutaan nostaa (5/3)-osaan alkuperäisestä. Kun käytössä on sopivat desimointisuodin $H_D(z)$ ("decimation filter", "anti-alias") ja interpolointisuodin $H_I(z)$ ("interpolation filter", "anti-imaging"), niin mikä järjestely tuottaa oikean lopputuloksen?

(A) $x[n] \rightarrow \boxed{H_D(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 3} \rightarrow \boxed{\uparrow 5} \rightarrow y[n]$

(B) $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 5} \rightarrow \boxed{\downarrow 3} \rightarrow \boxed{H_I(z)} \rightarrow y[n]$

(C) $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 5} \rightarrow \boxed{H_I(z) \cdot H_D(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 3} \rightarrow y[n]$

(D) $x[n] \rightarrow \boxed{\downarrow 3} \rightarrow \boxed{H_D(z) \cdot H_I(z)} \rightarrow \boxed{\uparrow 5} \rightarrow y[n]$

1.10 Matlabin komentoriville voi syöttää lauseen, jossa lasketaan summa S seitsemästä eri luvusta

`S = 1 - 0.3 - 0.1 - 0.1 - 0.2 - 0.2 - 0.1`

ja joka palauttaa arvon `-2.7756e-17` eli $\approx -2.8 \cdot 10^{-17}$. Lisäksi hieman erilainen summa

`S = 1 - 0.3 - 0.1 - 0.2 - 0.1 - 0.1 - 0.2`

palauttaa arvon `-8.3267e-17`.

(A) Matlab käyttää lukuesityksissään oletusarvoisesti 16 bitin esitystarkkuutta kiinteän pilkun laskennassa ("fixed-point arithmetics"), mikä johtaa kyseiseen "pyöristysvirheiseen"

(B) Matlab käyttää lukuesityksissään oletusarvoisesti liukulukulaskentaa ("floating-point arithmetics"), mikä johtaa kyseiseen "pyöristysvirheiseen"

(C) Esimerkit todistavat, että Matlab ei pysty laskemaan näiden seitsemän numeron summaa siten, että lopputulos olisi tasan nolla

(D) Esimerkkien perusteella Matlabia valmistavalle yhtiölle (MathWorks Inc.) pitäisi lähettää virheraportti ja pyytää sitä korjaamaan virheet välittömästi

2) (6p, **VÄLIKOE**) Kirjoita tenttiessee jommasta kummasta aiheesta 2A tai 2B.

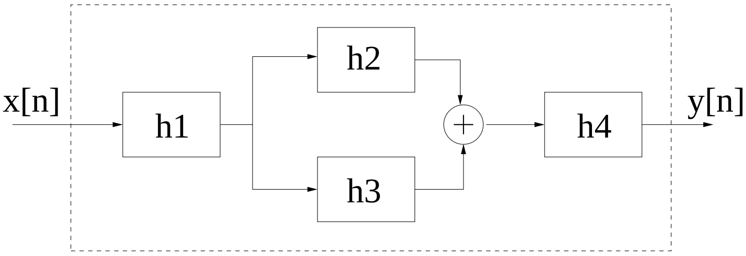
2A) **VAIHTOEHTO A.** FFT-algoritmit. Yleisen selostuksen lisäksi voit käyttää esimerkkinä kirjassa/kalvoissa ja laskuharjoitusmateriaalissa esiteltyä "radix-2 DIT FFT" -algoritmia, jonka perhosyhtälöt ja W_N taulukossa. Laske välivaiheittain FFT-muunnos ainakin jonolle ($N = 4$) $x[n] = 5\delta[n] - 2\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + \delta[n-3]$.

2B) **VAIHTOEHTO B.** Äärellisestä sananpituudesta aiheutuvien seurausten analysointi.

3) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan neljän LTI-järjestelmän h_1, h_2, h_3 ja h_4 muodostamaa järjestelmää h, joka on kuvassa 4. Tunnetaan seuraavat impulssivasteet

$$\begin{aligned} h[n] &= \{\underline{0}, 0, -2, 0, -4, -4, -2, -4\} \\ h_2[n] &= 3\delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2] \\ h_3[n] &= -\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] \\ h_4[n] &= \delta[n-1] + \delta[n-2] \end{aligned}$$

Määrää puuttuva impulssivaste $h_1[n]$. Esitä selkeät välivaiheet.



Kuva 4: Tehtävä 3. LTI-alijärjestelmien h_1, h_2, h_3 ja h_4 muodostama suodin h.

4) (6p, **VAIN TENTTI**) Olkoon tutkittavana digitaalinen LTI-suodin, jonka taajuusvaste on

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 + 1.6e^{-j\omega} + 0.68e^{-2j\omega}}{1 - 0.9e^{-j\omega}}$$

a) Perustele, onko suodin FIR vai IIR.
b) Esitä suotimen napanollakuvaaja.
c) Hahmottele suotimen magnitudivaste. Onko kyseessä alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / kokopäästö (”allpass”)?
d) Kirjoita suotimen differenssiyhtälö.
e) Perustele, onko suodin kausaalinen vai ei.
f) Kerro tai piirrä yksi ja vain yksi joku muu olennainen asia analysoitavasta suotimesta.

5) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan LTI-järjestelmää kuvassa 5.

a) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z)$ yksinkertaisimmassa muodossaan

$$H(z) = K \cdot \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots}$$

jossa kerrointa K ei tarvitse ratkaista.

b) Piirrä suotimen lohkokaavio viiveiden suhteen kanonisena (yksinkertaisena) suora muoto II -rakenteena (“direct form II”).
c) Piirrä alkuperäisen suodinrakenteen transpoosirakenne. Rakenteen transponoinnissa “käännetään suunnat”, vaihdetaan “haarapisteet summiksi” ja “summat haarapisteiksi”.

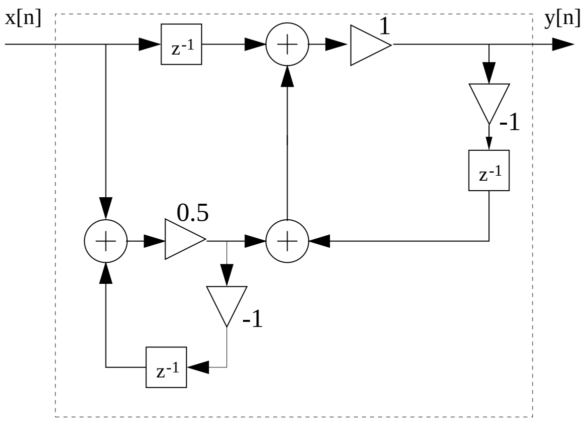
6) (6p, **VAIN TENTTI**) Analoginen Butterworth-tyyppinen alipäästösuodin rajakulmataajuudella Ω_c on muotoa

$$H(s) = \frac{\Omega_c}{s + \Omega_c}$$

Toteuta tästä bilineaarimuunnoksella digitaalinen 1. asteen suodin ja kirjoita se muodossa

$$H(z) = K \cdot \frac{1 + fz^{-1}}{1 + gz^{-1}}$$

jossa vakiota K ei tarvitse ratkaista, mutta ratkaiset luvut f ja g. Digitaalisen alipäästösuotimen rajataajuus on $f_c = 2000$ Hz ja näytteenottotaajuus $f_T = 10000$ Hz. Voit käyttää laskuissa seuraavia likiarvoja $\tan(0.1\pi) \approx 0.3$, $\tan(0.2\pi) \approx 0.7$, $\tan(0.3\pi) \approx 1.4$, $\tan(0.4\pi) \approx 3.1$.

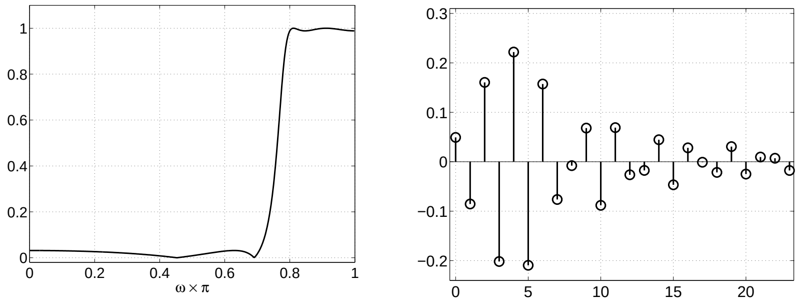


Kuva 5: Tehtävä 5. Suotimen rakennekaavio.

7) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan stabiilista ja kausaalista ylipäästösuodinta $H(z)$, jonka päästökaista alkaa $f_p = 4$ kHz:ssa ja jonka näytteenottotaajuus on $f_T = 10$ kHz. Magnitudivaste on kuvassa 6(a) ja impulssivasteen $h[n]$ alkua kuvassa 6(b).

   a) Ylösnäytteistä ("upsample") suodinta termillä $L = 4$. Hahmottele sekä uusi magnitudivaste $H^{'}(z) = H(z^4)$ että impulssivaste $h^{'}[n] = h[n/4]$ ensimmäisten 15 arvon ajalta.

   b) Suodinta $H^{'}(z)$ suodatetaan vielä alipäästösuotimella, jonka rajataajuus on 10 kHz. Hahmottele saatu magnitudivaste $|H^{''}(e^{j\omega})|$ ja kuvaile minkä tyyppinen suodin on nyt kyseessä.



Kuva 6: Tehtävä 7. Vasemmalla suotimen magnitudivaste ja oikealla sitä vastaava impulssivaste.

8) (1p, **VÄLIKOE JA TENTTI**)

   Vastaa kaksiosaiseen kurssipalautteeseen ma 10.5. - pe 21.5.2010. Toinen kyselyistä on WebOodissa ja noudattelee tietotekniikan tutkinto-ohjelman yleistä kurssilomaketta ja toinen tarkentavia kysymyksiä sisältävä.

   Kysely kuuluu osana välikoesuoritukseen ja sen arvo on +1 pistettä. Myös tenttiin osallistujat saavat +1 pistettä kyselyyn osallistumisesta.