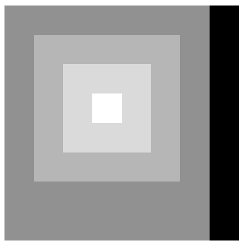
**T-61.5100 Digitaalinen kuvankäsittely, Harjoitus 2/07**

**Spatiaalitason menetelmät kuvien parantamisessa**

1. Tasoita alla olevan harmaatasoista $0, 1, \ldots, 7$ koostuvan $8 \times 8$ –kuvan histogrammi.



$$\begin{matrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 6 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 6 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 0 \end{matrix}$$

2. Oletetaan, että meillä on useita eri kohinaisia versioita $g_i(x, y)$ samasta kuvasta $f(x, y)$, eli

$$g_i(x, y) = f(x, y) + \eta_i(x, y),$$

missä kohina $\eta_i(x, y)$ on nollakeskiarvoista ja kaikki pisteparit ovat korreloimattomia. Silloin voidaan vähentää kohinaa ottamalla keskiarvo kaikista kuvista, eli

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} g_i(x, y).$$

Todista, että pätee

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$$

ja

$$\sigma^2_{\bar{g}(x,y)} = \frac{1}{M} \sigma^2_{\eta(x,y)}$$

missä $\sigma^2_{\eta(x,y)}$ on $\eta(x, y)$:n varianssi ja $\sigma^2_{\bar{g}(x,y)}$ vastaavasti $\bar{g}(x, y)$:n varianssi.

3. Kaksimuuttujaisen jatkuvan funktion Laplace-operaattori on

$$\bigtriangledown^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Tästä seuraa, että

$$\mathcal{F}\{\bigtriangledown^2 f(x, y)\} = -(2\pi)^2 (u^2 + v^2) F(u, v),$$

missä $F(u, v) = \mathcal{F}\{f(x, y)\}$. Määritä vastaava operaattori ja Fourier-muunnos diskreetissä tapauksessa. Vertaa saatua tulosta jatkuvan tapauksen tulokseen.

4. Näytä, että Laplace-muunnetun kuvan vähentäminen alkuperäisestä kuvasta on verrannollinen *unsharp masking* -operaatioon. Käytä diskreettiä Laplace-muunnosta.