T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Tentti / 2. välikoe 13.12.2004 klo 9-12. Salit A, ja B.
2. välikokeeseen ei voi osallistua, jos on ollut välikokeessa 9.12.2004.
Jos teet 2. välikokeen, vastaa kysymyksiin 3, 4, 5, 6.
Jos teet tentin, vastaa kysymyksiin 1, 2, 4, 5, 6.
Merkitse paperiin, suoritatko 2. välikokeen vai tentin.
Välikokeessa/Tentissä saa olla oma (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Omaa taulukkokirjaa voi käyttää; tilaisuudessa jaetaan kaavakokoelma. **Kirjoita tarvittavat välivaiheet mukaan.**

T-osasto kerää **kurssipalautetta** kaikista syksyn 2004 kursseista.
ANNA KURSSIPALAUTETTA VERKOSSA OSOITTEESSA
`http://www.cs.hut.fi/Opinnot/Palaute/kurssipalaute.html`.
Linkki löytyy myös kurssin kotisivulta.

1. (6p, tentti)

   a) (2p) Mikä on sekvenssin $x[n] = e^{j(\pi/4)n} + \cos((\pi/3)n)$ perusjakso N_0?

   b) (2p) Hahmottele suotimen $y[n] = x[n] - 2x[n-1] + x[n-2]$ amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$.

   c) (2p) Piirrä napanollakuvio suotimelle

$$H(z) = \frac{1 - 0.2z^{-1}}{1 + 0.64z^{-2}}$$

2. (6p, tentti) Syötesekvenssi $x[n]$ erääseen kausaaliseen LTI-järjestelmään tuottaa ulostulon $y[n]$. Tunnetut arvot $x[n]$ ja $y[n]$ sekä LTI-järjestelmän parametrisoitu impulssivaste $h[n]$ on annettu alla:

$$\begin{aligned}
x[n] &= \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-2] \\
y[n] &= -\delta[n-1] - \delta[n-2] + 5\delta[n-3] + 5\delta[n-4] + 4\delta[n-5] + 4\delta[n-6] + 4\delta[n-7] + \ldots \\
h[n] &= \begin{cases} a, \text{ kun } n < 0 \\ b, \text{ kun } n = 0 \\ c, \text{ kun } n = 1 \\ d, \text{ kun } n = 2 \\ e, \text{ kun } n > 2 \end{cases}
\end{aligned}$$

   a) (4p) Ratkaise impulssivasteen $h[n]$ tuntemattomat arvot.

   b) (1p) Onko suodin FIR vai IIR? Perustele.

   c) (1p) Onko suodin stabiili? Perustele.

3. (6p, vk2) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +1p, väärä –0.5p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat. Perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on 0-6p.

   a) FIR-siirtofunktion $H(z) = 1 - 0.4z^{-1} - 0.4z^{-2} + z^{-3}$ eräs monivaihetoteutus (polyphase realization) on $H(z) = F_0(z^2) + F_1(z^2)$, jossa $F_0(z) = 1 - 0.4z^{-1}$ ja $F_1(z) = -0.4 + z^{-1}$.

   b) Suotimen skaalaamisella vaimennetaan signaalia ylivuotojen estämiseksi ja samalla parannetaan signaali-kohinasuhdetta (SNR).

   c) Kuvan 1(a) elliptisen IIR-alipäästösuotimen asteluku on kaksi.

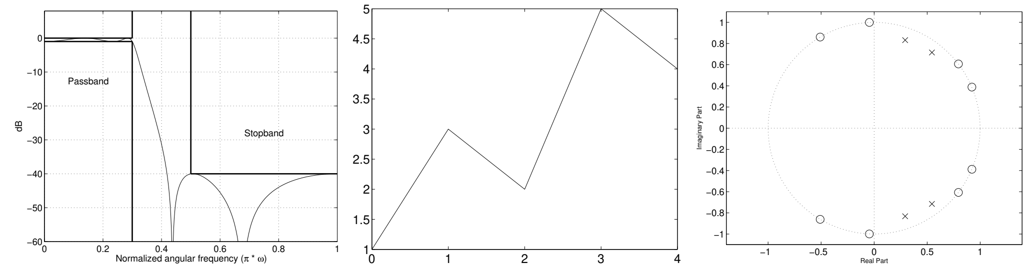
   d) Matlab-koodi `plot(n, x)` tuottaa kuvan 1(b) mukaisen kuvaajan, kun `n` viittaa indekseihin $n = 0 \ldots 4$ ja `x` viittaa sekvenssiin $x[n] = \{\underline{1}, 3, 2, 5, 4\}$.

   e) CD-tason äänessä on digitaalisen sekvenssin näyteväli (period) noin 0.0227 ms.

   f) Kuvan 1(c) suotimen asteluku on 4.

   g) Upsämplätään 2000 Hertzin kosinisignaalia siten, että alkuperäinen näytteenottotaajuus 8 kHz nostetaan kaksinkertaiseksi eli tekijällä $L = 2$. Väite: Upsämplätyn signaalin taajuus on 4 kHz.

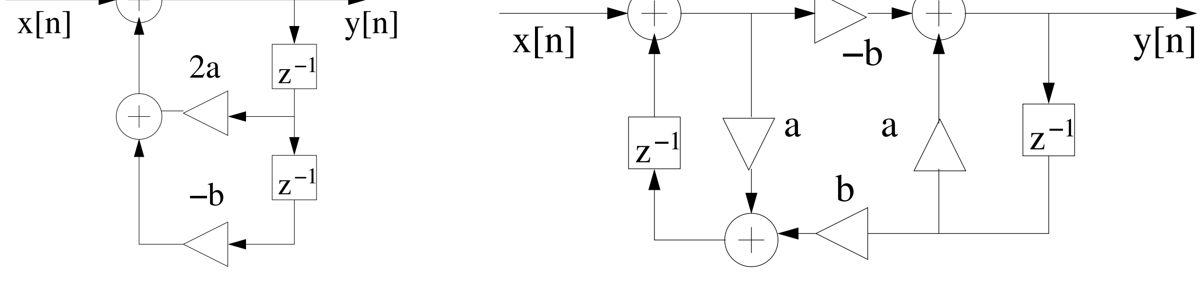
   h) Toisen asteen lohkojen (second-order systems) kaskadikytkentä (sarjaankytkentä) on herkempi kertoimien kvantisoinnille kuin vastaava suoran muodon (direct form) suodin.



Kuva 1: Tehtävään 3 liittyvät kuvat (a), (b), (c).

4. (6p, vk2, tentti) Alla olevassa kuvassa 2 on kaksi virtauskaaviota, jotka esittävät toisen asteen IIR-suodinrakenteita. Tarkastellaan ainoastaan suotimen kompleksisia napoja, kun reaaliset kertoimet a ja b kvantisoidaan kolmeen bittiin käyttäen itseisarvo-etumerkkiesitystä (sign-magnitude). Tällöin luvut, jotka voidaan esittää, ovat $\{-0.75, -0.5, -0.25, 0, 0.25, 0.5, 0.75\}$.

   Piirrä molempien järjestelmien kompleksisten napojen mahdolliset sijainnit ja vertaile niitä. Huomaa, että reaalikertoimisen suotimen kompleksiset navat ovat kompleksikonjugaatteja ($p_1 = re^{j\omega}$, $p_2 = p_1^* = re^{-j\omega}$) ja $1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} = (1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})$.

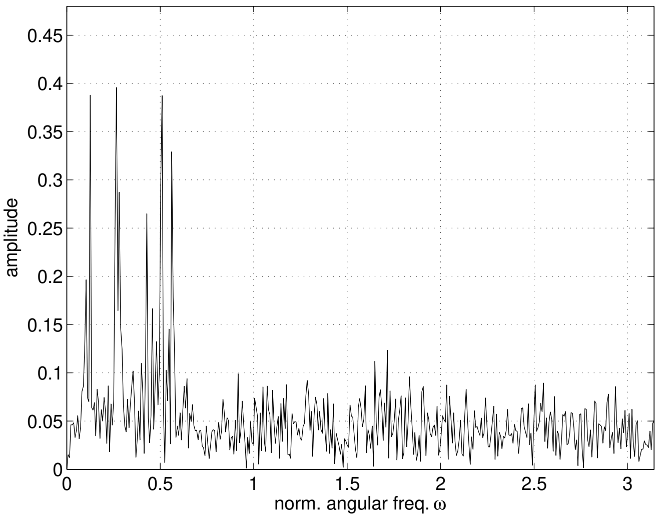


Kuva 2: Tehtävän 4 kaksi suodinrakennetta.

5. (6p, vk2, tentti) Tutkitaan signaalia $x[n]$, jonka amplitudispektri on kuvassa 3 kuvattu välillä $0 \ldots \pi$. Signaalista tarvitaan ainoastaan kaista $0 \ldots \pi/5$. Signaalin näytteenottotaajuus on 16000 Hz ja sen halutaan nostaa digitaalisesti 28000 Hertziin.

   a) Selitä yleisellä tasolla mitä osia ja missä järjestyksessä kuuluu kyseiseen näytteenottotaajuuden muuttamiseen.

   b) Määrittele tarvittavan alipäästösuotimen päästö- ja estokaistan rajataajuudet niin, että suodin on mahdollisimman pieniasteinen. Tarkastele tapahtumaa taajuustasossa ja näytä kaikki välivaiheet.



Kuva 3: Tehtävän 5 signaalin spektri.

6. (6p, vk2, tentti) **Vaihtoehtoisesti A tai B.**

6A. Essee: FFT-algoritmit, erityisesti "Decimation-in-Time" ja "Decimation-in-Frequency". Kaavojen johtoa ei tarvita.

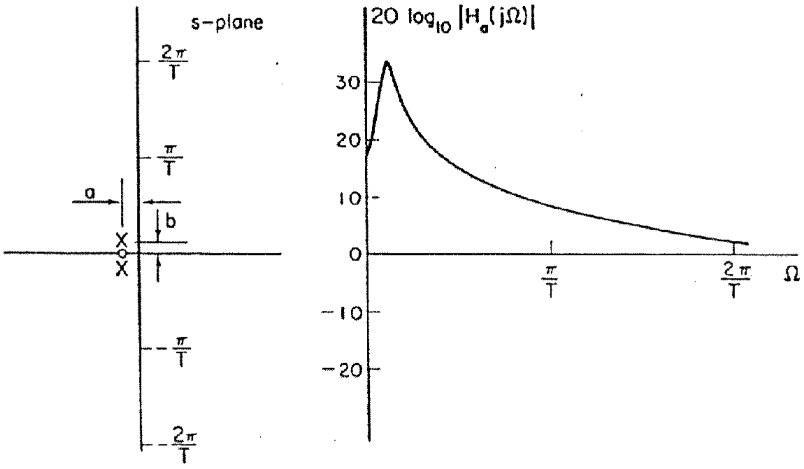
6B. Tarkastellaan analogiasiirtofunktiota $H_a(s) = (s+a)/[(s+a)^2+b^2]$, missä vakiot a ja b ovat reaalisia. Suotimen napa-nolla-kuvio (s-tasossa) ja amplitudivaste ovat kuvan 4 mukaiset.

Huom! Tehtävässä ei tarvitse laskea z-tason siirtofunktioita tms. Pyydettyjen kuvioiden hahmottelu riittää.

a) Hahmottele impulssi-invarianttimenetelmällä kuvan suotimesta muodostetun digitaalisuotimen amplitudivaste sekä napa-nolla -kuvio.

b) Hahmottele bilineaarimuunnoksella kuvan suotimesta muodostetun digitaalisuotimen amplitudivaste sekä napa-nolla -kuvio.

c) Selosta lyhyesti, miten a)- ja b)-kohdan menetelmät eroavat toisistaan.



Kuva 4: Tehtävän 6B analogisen s-tason napa-nolla-kuvio vasemmalla ja amplitudivaste $|H(j\Omega)|$ oikealla. $\Omega = 2\pi f$ (rad/s), $\omega = 2\pi(\Omega/\Omega_T)$ (rad), jossa Ω_T näytteenottokulmataajuus.