T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe 12.12.2001 klo 9-12.
Välikokeessa saa olla oma taulukkokirja ja (graafinen, ohjelmoitava) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja.

1. (3p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Oikea vastaus: +0.5p, ei vastausta: 0p, väärä vastaus: -0.5p, tehtävän kokonaispistemäärä on kuitenkin 0–3p.

   a) Suotimessa $H(z) = \frac{F(z)}{1-F(z)G(z)}$ takaisinkytketyn silmukan $G(z)$ voi olla viiveetön, kunhan $F(z)$:ssa on viiverekisterejä.

   b) Impulssi-invarianttimenetelmässä digitaalisen IIR-suotimen impulssivaste $h[n]$ saadaan näytteistämällä analogisen suotimen impulssivastetta $h(t)$.

   c) Bilineaarimenetelmän heikkona puolena on laskostumisilmiö, jos analoginen suodin ei ole kaistarajoitettu.

   d) Gibbsin ilmiön värähtely FIR-ikkunamenetelmässä voidaan poistaa pidentämällä suorakulmaisen ikkunan $w_{sk}[n]$ pituutta, mutta tällöin taajuuserottelu huononee.

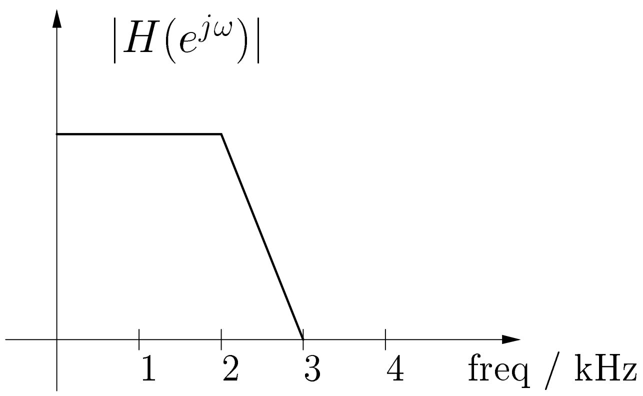
   e) FFT-algoritmin laskutoimitusten määrä (yleinen kompleksisuus) on $O(N\,log_2 N)$ ja DFT:ssä $O(N^2)$. Väite: Kun muunnettavan sekvenssin pituus on $N = 1024 = 2^{10}$, niin FFT on yli 1000 kertaa tehokkaampi kuin DFT yleisillä kompleksisuuksilla laskettuna.

   f) CD-tason 16 bitin näytetarkkuudella signaalissa on 44100 mahdollista kvantisointitasoa.

   g) Diskreetin signaalin (näytesekvenssin) katkaisu esimerkiksi ikkunalla $w_{sk}[n]$ aiheuttaa säröä signaalin spektriin.

   h) Pyöristämällä (rounding) luku lähimpään kvantisointitasoon kvantisointivirheen odotusarvo on nolla.

2. (3p) Järjestelmän näytteenottotaajuus on 8 kHz. Alla on suotimen $H(z)$ amplitudivaste.

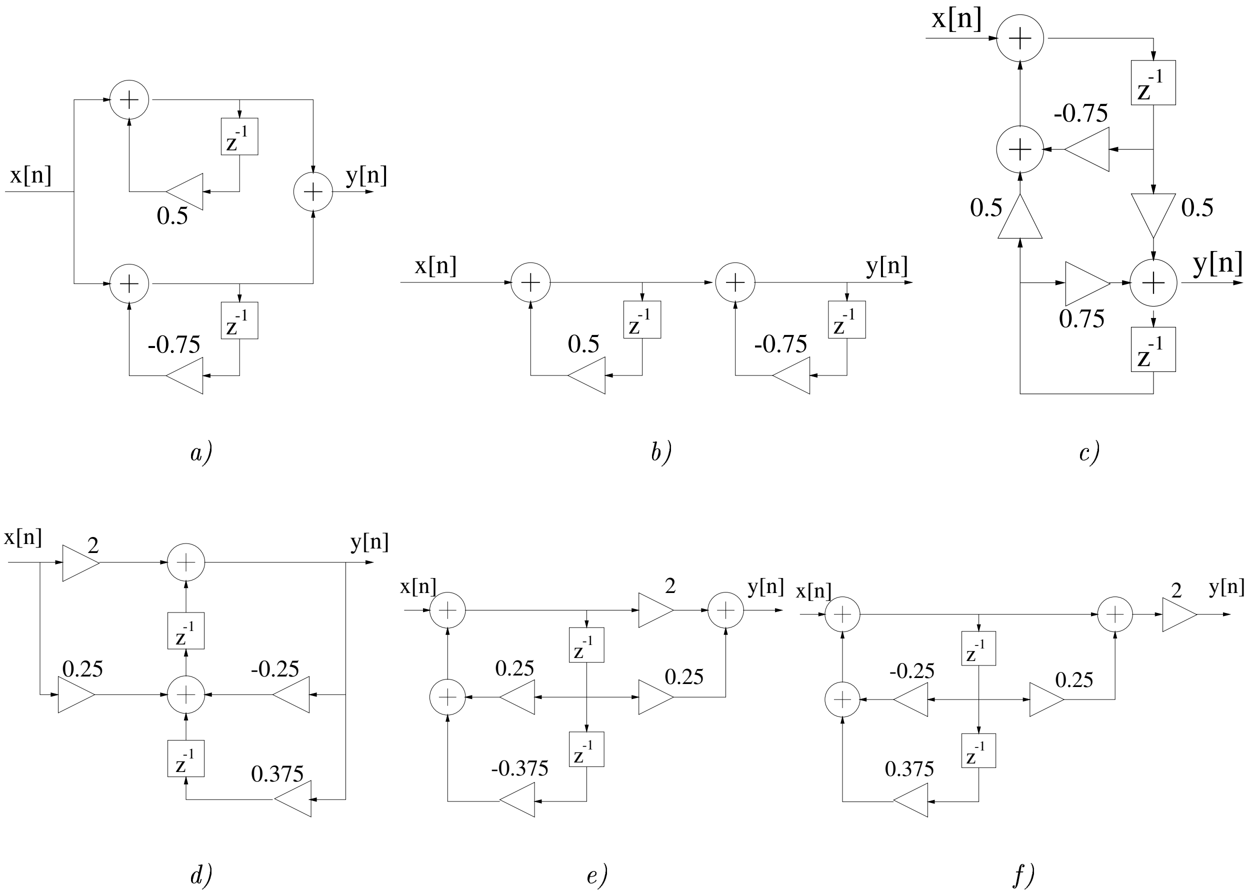


Kuva 1: Tehtävän 2 amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$

   a) Kasvata näytteenottotaajuutta tekijällä $L = 3$. Piirrä saadun suotimen $H(z^3)$ amplitudivaste.

   b) Mikä toimenpide pitää vielä suorittaa, jotta suodin $H(z^3)$ toimisi alipäästösuotimen tavoin?

3. (6p) Tarkastellaan allaolevan kuvan mukaisia digitaalisuotimien virtauskaavioita (a) - (f). Millä virtauskaavioilla viidestä viimeisestä rakenteesta (b) - (f) on sama siirtofunktio kuin rakenteella (a)? Eräät siirtofunktioehdokkaat voidaan eliminoida pelkällä tarkastelulla. Perustele kohdittain tuloksesi.



Kuva 2: Tehtävän 3 virtauskaaviot.

4. (6p) Tarkastellaan Butterworth-tyyppistä alipäästösuodinta

$$H_{LP}(s) = \frac{1}{s+1}$$

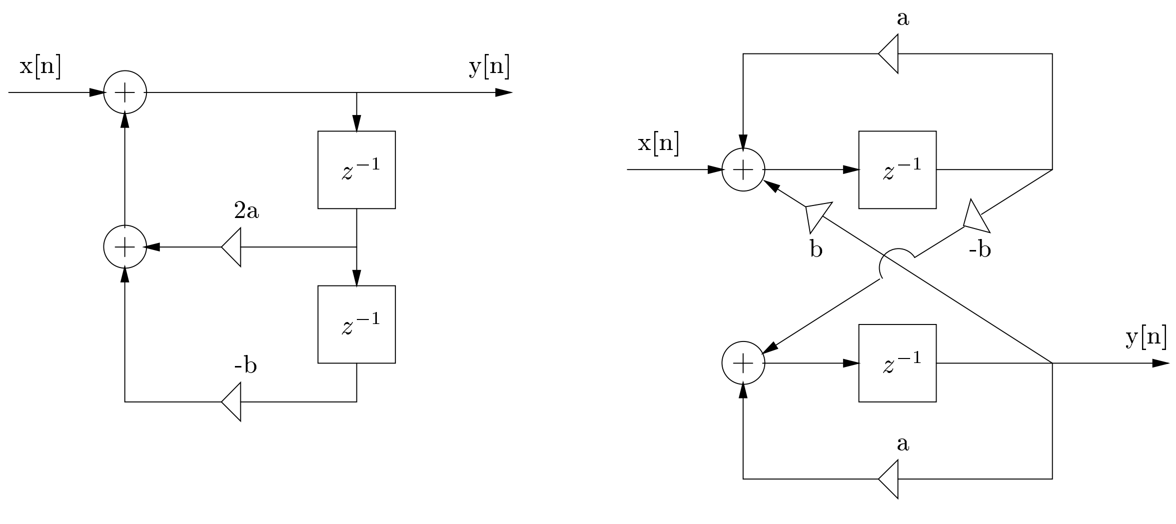
a) Muodosta ensimmäisen asteen ylipäästösuodin rajakulmataajuudella Ω_c sijoittamalla $H_{HP}(s) = H_{LP}(\frac{\Omega_c}{s})$

b) Toteuta bilineaarimenetelmällä diskreetti ensimmäisen asteen ylipäästösuodin $H(z)$, jonka rajataajuus (-3 dB) on $f_c = 3200$ Hz ja näytteenottotaajuus on $f_s = 8000$ Hz. Muista kompensoida (prewarp) taajuudet!

c) Piirrä saadun suotimen $H(z)$ napanollakuvio.

5. (6p) Allaolevassa kuvassa on kaksi virtauskaaviota, jotka esittävät toisen asteen IIR-suodinrakenteita. Tarkastellaan ainoastaan suotimien kompleksisia napoja, kun reaaliset kertoimet a ja b kvantisoidaan kolmeen bittiin käyttäen itseisarvo-etumerkkiesitystä. Tällöin luvut, jotka voidaan esittää, ovat $-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$.

   Piirrä molempien systeemien kompleksisten napojen mahdolliset sijainnit ja vertaile niitä. Huomaa, että reaalikertoimisen suotimen kompleksiset navat ovat kompleksikonjugaatteja ($p_1 = re^{j\theta}$, $p_2 = p_1^* = re^{-j\theta}$) ja $1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} = (1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})$.



Kuva 3: Tehtävän 5 virtauskaaviot.

Kaavoja:

$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\ \sin(\theta)$

$y[n] = x[n] \circledast h[n] = h[n] \circledast x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$

$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$

$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$

$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n} \mathrm{d}\omega$

$\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \dfrac{1}{1-a} \qquad , |a| < 1$

$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}$, jossa $\theta(\omega) = \arg\{H(e^{j\omega})\}$

$\tau(\omega) = -\dfrac{d\theta(\omega)}{d\ \omega}$

$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$

$\mu[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$

Z-muunnos:

$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, z^{-n}$

$x[n] \leftrightarrow X(z)$

$x[n-n_0] \leftrightarrow z^{-n_0}\, X(z)$

$a\, x[n] \leftrightarrow a\, X(z)$

$a^n\, \mu[n] \leftrightarrow 1/(1 - a\, z^{-1})$

$H(z) = Y(z)/X(z)$

Bilineaarimuunnos:

$s = (2/T)(1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$

$\Omega_c = (2/T)\ \tan(\omega_c T/2),$

missä Ω on jatkuvan ja ω diskreetin suotimen kulmataajuus