T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

KORJATTU. 2. välikoe / Tentti 8.12.2003 klo 16-19. Salit M, B ja K.
Jos teet 2. välikokeen, vastaa kysymyksiin 3, 4, 5, 6.
Jos teet tentin, vastaa kysymyksiin 1, 2, 3, 5, 6.
Merkitse paperiin, suoritatko 2. välikokeen vai tentin.
Välikokeessa/Tentissä saa olla oma (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Omaa taulukkokirjaa voi käyttää; tilaisuudessa jaetaan kaavakokoelma. **Kirjoita tarvittavat välivaiheet.**

1. (6p, TENTTI) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +1p, väärä –0.5p, ei vastausta 0p. Perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on 0-6p.

   a) Sekvenssin $x[n] = 2\cos(0.3\pi n + \pi/2)$ perusjakson pituus on $N_0 = 60$.
   b) Sekvenssien $x[n] = \delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]$ ja $h[n] = \delta[n]-\delta[n-2]+10\delta[n-5]$ lineaarinen konvoluutio on $y[n] = \delta[n] + \delta[n-1] - \delta[n-3] + 11\delta[n-4] - \delta[n-5]$.
   c) Siirtofunktion $H(z) = B(z)/A(z)$ osoittajapolynomin $B(z)$ kertoimia kutsutaan nolliksi ja nimittäjäpolynomin $A(z)$ kertoimia navoiksi.
   d) Suotimen $H(z) = 0.5 - 0.5z^{-1}$ vaihevaste $\angle H(e^{j\omega})$ on lineaarinen.
   e) Bilineaarimenetelmän heikkona puolena on laskostumisilmiö, jos analoginen suodin ei ole kaistarajoitettu.
   f) Virheen takaisinkytkennällä (error-shaping structure) voidaan muokata kvantisoinnista aiheutuvaa kohinaa ja siirtää sitä halutulle taajuuskaistalle.

2. (6p, TENTTI) Tutkitaan suodinta, jonka siirtofunktio on

$$H(z) = K \cdot \frac{1}{1 - 0.6z^{-1} + 0.9z^{-2}}$$

   a) Piirrä napanollakuvio.
   b) Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$. Onko suodin alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto?
   c) Perustele, miksi suodin on/ei ole stabiili. Onko kertoimella K vaikutusta stabiiliuteen?
   d) Mikä on suotimen differenssiyhtälö? K:a ei tarvitse ratkaista.
   e) Laske suotimen impulssivasteen h[n] ensimmäiset arvot, kun $n = 0 \ldots 3$. Suotimen rekisterit ovat alustettu nolliksi. Suljettu muoto ei ole tarpeen, eikä K:a tarvitse ratkaista.

3. (6p, VK2, TENTTI) Olkoon annettuna signaali

$$x(t) = 3\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + 2\cos(2\pi f_3 t) ,$$

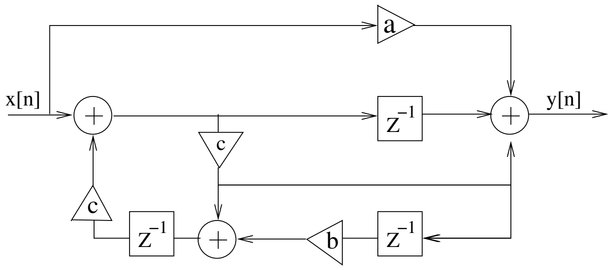
   missä $f_1 = 4$ kHz, $f_2 = 16$ kHz ja $f_3 = 20$ kHz.

   a) Esitä signaalin $x(t)$ spektrin itseisarvo (magnitude spectrum) $|X(j\omega)|$ taajuusalueelta $-30 \ldots 30$ kHz.
   b) Signaali $x(t)$ on jaksollinen. Määrää sen perusjakson pituus T_0.
   c) Näytteistä signaali $x(t)$ näytteenottotaajuudella $f_s = 20$ kHz ja piirrä saadun diskreetin sekvenssin $x[n]$ spektrin itseisarvo $|X(e^{j\omega})|$ välillä $0 \ldots (f_s/2)$ kHz.
   d) Käytä ideaalista alipäästösuodinta (anti-aliasing)

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |f| < 9\text{kHz} \\ 0, & |f| \geq 9\text{kHz} \end{cases}$$

   ja suodata $X_2(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$. Hahmottele spektrin itseisarvo $|X_2(j\omega)|$ välillä $-30 \ldots 30$ kHz.

4. (6p, VK2) Muunna kuvassa 1 esitetty suodinrakenne viiveiden suhteen kanoniseksi siten, että suotimen siirtofunktio $H(z)$ pysyy samana. Mikä on $H(z)$ ja sen asteluku? Piirrä lohkokaavio uudestaan kanonisena esim. Suora muoto II:na (Direct form II).



Kuva 1: Tehtävän 4 suodin.

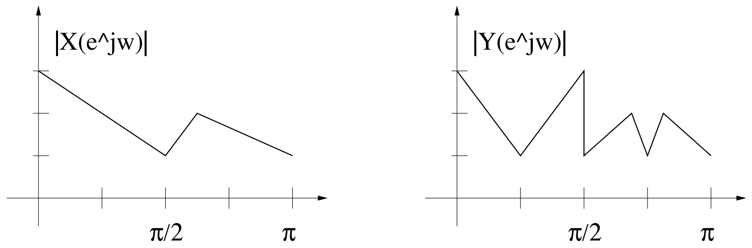
5. (6p, VK2, TENTTI)

   a) Piirrä ideaalisuotimen taajuusvaste $H_{ideal}(e^{j\omega})$, kun halutaan alipäästösuodin, jonka rajakulmataajuus on $\omega_c = 2\pi/5$.
   b) Laske kyseisen ideaalisen suotimen impulssivaste $h_{ideal}[n]$. Anna sen arvot, kun $n = -2 \ldots 2$. Vinkki: Käänteismuunna, jolloin saat ei-kausaalisen äärettömän pitkän impulssivasteen, joka on sinc-funktio.
   c) Laske FIR-suotimen kertoimet ikkunamenetelmällä käyttäen suorakulmaista ikkunaa, jonka pituus on 5 ($M = 2$): $w_s[n] = 1, \quad -M \leq n \leq M$. Mikä on FIR-suotimen asteluku?
   d) Tee kuten edellisessä kohdassa, mutta käytä suorakulmaisen ikkunan sijasta Hann-ikkunaa

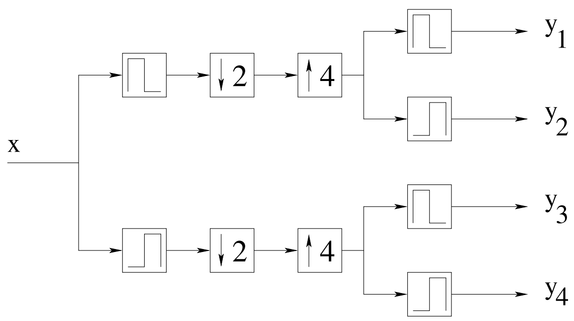
$$w_h[n] = 0.5 \cdot \Big(1 + \cos(\frac{2\pi n}{2M})\Big), \quad -M \leq n \leq M$$

6. (6p, VK2, TENTTI) Käytössä on kuvan 3 mukainen monen näytteenottotaajuuden järjestelmä (multirate system). Siinä on ali- ja ylipäästösuotimia rajataajuudella $\omega_c = \pi/2$, sekä up- ja downsämplereitä. Oletetaan, että donwsamplereistä johtuvat tehohäviöt on normalisoitu ulostulosignaalissa.

   Mitkä kuvan 3 ulostulot $y_1 \ldots y_4$ pitää summata, jotta kuvan 2(a) sisääntulospektristä $X(e^{j\omega})$ saataisiin ulostulospektrin $Y(e^{j\omega})$ kaltainen?



Kuva 2: (a) Vasemmalla tehtävän 6 syötespektri, (b) oikealla vastespektri.



Kuva 3: Tehtävän 6 järjestelmä, jossa ideaalisia ali- ja ylipäästösuotimia sekä downsämplereitä ($M = 2$) ja upsämplereitä ($L = 4$).