T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe 20.10.2001 klo 10-13.

Välikokeessa saa olla oma taulukkokirja ja (graafinen, ohjelmoitava) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Muuten noudatetaan lauantaitentistä annettuja sääntöjä.

1. (2p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Oikea vastaus: +0.5p, ei vastausta: 0p, väärä vastaus: -0.5p, tehtävän kokonaispistemäärä on kuitenkin 0–2p.

   a) Kausaaliset ja stabiilit diskreettiaikaiset järjestelmät ovat aina LTI-järjestelmiä.

   b) Jos 2-asteisen suotimen $H(z)$ navat ovat pisteissä $z = \frac{1}{r}e^{\pm j\theta}$ ja nollat pisteissä $z = re^{\pm j\theta}$, $r > 1$, suodin on aina lineaarivaiheinen.

   c) Jos kausaalisen suotimen $H(z)$ kaikki navat ovat yksikköympyrän sisällä, suodin on aina myös stabiili.

   d) N:nen asteen IIR-suotimessa on aina N kpl napoja origon ulkopuolella.

   e) Kuvan 1 suotimen impulssivasteen pituus on ääretön.

   f) Kampasuodin on esimerkki FIR-tyyppisestä alipäästösuotimesta.

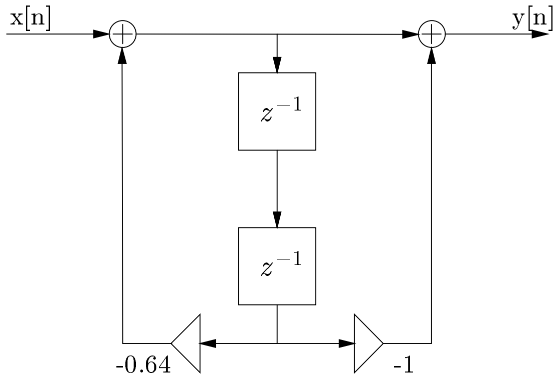
2. (4p) Näytteenotto

   a) Piirrä jatkuva signaali $x(t) = \cos(2\pi f_1 t + \theta)$ välillä $t \in [0, 0.05]$, kun $f_1 = 60\text{Hz}$ ja $\theta = \pi$.

   b) Signaalista $x(t)$ otetaan näytteitä näytteenottotaajuudella $f_s = 50\text{Hz}$. Piirrä näytteistetyn signaalin $x[n]$ spektrin itseisarvo $|X(e^{j\omega})|$ välillä $[0, f_s/2]$.

   c) Piirrä diskreetistä signaalista $x[n]$ peruskaistalta $[-f_s/2, f_s/2]$ palautettu jatkuvan ajan signaali $\hat{x}(t)$ välillä $t \in [0, 0.05]$.

3. (6p) Tarkastellaan kuvan 1 mukaista suodinta.



Kuva 1: Tehtävän 3 suotimen rakennekaavio

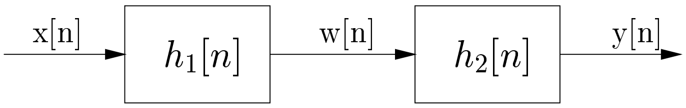
   a) Muodosta kuvan suodinta vastaava differenssiyhtälö tai -yhtälöryhmä.

   b) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$. z-muunnos: $ax[n - n_0] \leftrightarrow az^{-n_0}X(z)$

   c) Piirrä suotimen napa-nolla-kuvio.

   d) Vastaa napa-nolla-kuvion perusteella seuraaviin kysymyksiin: Minkätyyppinen suodin on kyseessä: alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / allpass? Onko suodin stabiili?

KÄÄNNÄ PAPERI!



Kuva 2: Tehtävän 4 kaskadikytkentä

4. (6p) Tarkastellaan kuvan 2 mukaista kahden lineaarisen, aikainvariantin ja kausaalisen diskreettiaikajärjestelmän $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ kaskadikytkentää $h_c[n]$. Järjestelmän tulo-lähtöriippuvuus on kuvattu allaolevassa taulukossa.

n	$x[n]$	$w[n]$	$y[n]$
0	1	1	1
1	-1	-2	-5
2	0	2	9
3	0	-1	-9
4	0	0	5
5	0	0	-1
6	0	0	0
7	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮

a) Järjestelmät $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ ovat molemmat FIR-tyyppisiä. Määrää järjestelmien impulssivasteiden pituudet (nollasta eroava osa).

b) Määrää kaskadikytkennän impulssivaste $h_c[n]$.

c) Piirrä kaskadikytkennässä jälkimmäisenä olevan osan impulssivaste $h_2[n]$.

d) Määrää kaskadikytkennän siirtofunktio $H_c(z)$. Ratkaise navat ja nollat (vihje: voit etsiä ne erikseen siirtofunktioille $H_1(z)$ ja $H_2(z)$). Onko siirtofunktion kuvaama suodin ali-, yli- vai kaistanpäästösuodin?

Vinkkejä: Kaskadikytkennälle pätee:

$$h_c[n] = h_1[n] \circledast h_2[n]$$

$$H_c(z) = H_1(z)H_2(z)$$

Muita kaavoja:

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\ \sin(\theta)$$

$$y[n] = x[n] \circledast h[n] = h[n] \circledast x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]z^{-n}$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}\mathrm{d}\omega$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} a^n = \frac{1}{1-a} \qquad , |a| < 1$$