Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

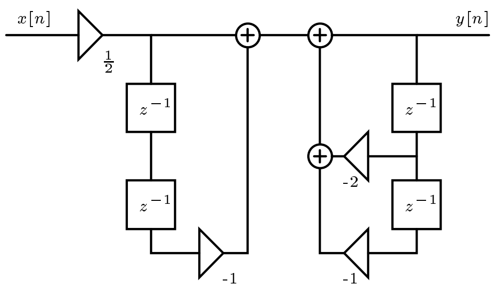
1. välikoe 8.11.1999 klo 12-15. Salit C, D, G.

n	$\delta[n]$	$h[n]$
0	1	1
1	0	1
2	0	0
3	0	0
4	0	0

1. a) Olkoon annettuna järjestelmä, jota kuvaa syöte-vaste-relaatio $y[n] = x[n] + nx[n-1]$. Kyseisestä järjestelmästä on laskettu ulostulo $h[n]$ syötteellä $\delta[n]$ oheiseen taulukkoon. Onko järjestelmä LTI (lineaarinen ja aika/siirtoinvariantti)? Perustele. (1p) Onko järjestelmä stabiili? Perustele. (1p)

   b) Olkoon FIR-suotimen siirtofunktio $H(z) = 1 - z^{-8}$. Laske kaikki $H(z)$:n nollakohdat. (1p)

2. a) Muodosta alla olevassa kuvassa 1 esitetystä rakennekaaviosta vastaava differenssiyhtälö x:n ja y:n avulla. (1p)



Kuva 1: Tehtävän 2 rakennekaavio.

   b) z-muunna saatu differenssiyhtälö ja esitä siirtofunktio $H(z)$ mahdollisimman yksinkertaisessa muodossa. (1p)

   c) Piirrä napa-nolla-kuvio ja tulkitse siitä, onko järjestelmä stabiili? (1p)

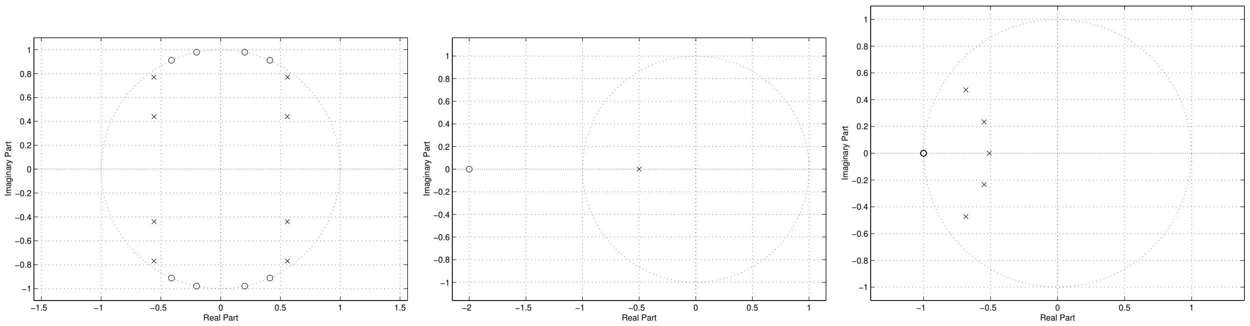
3. Kuvassa 2 on esitetty kolmen LTI-järjestelmän napa-nollakuviot. Vastaa jokaiselle kuviolle i, ii, iii allaoleviin kysymyksiin. (3×1p)

   a) Hahmottele järjestelmän amplitudivaste, jossa maksimivahvistus on 1 (0 dB) ja taajuusakseli on normalisoitu välille 0..π (puolikas yksikköympyrä).

   b) Onko suodin FIR vai IIR?

   c) Mikä on suotimen asteluku?

   d) Onko kyseessä alipäästö- (lowpass), ylipäästö- (highpass), kaistanpäästö- (bandpass), kaistanesto- (bandstop) vai kaikki taajuudet päästävä (allpass) suodin?



i) *ii)* *iii)*

Kuva 2: Tehtävän 3 napa-nolla-kuviot

4. LTI-järjestelmän siirtofunktio on

$$H(z) = \frac{1 + z^{-2}}{1 - 0.6z^{-1} - 0.72z^{-2}} \ .$$

   a) Ratkaise navat ja nollat ja piirrä napa-nolla-kuvio. (1p)
   b) Mikä on kausaalisen järjestelmän suppenemisalue (ROC, region of convergence)? (1p)
   c) Mikä on stabiilin järjestelmän suppenemisalue (ROC, region of convergence)? (1p)
   d) Laske impulssivaste $h[n]$ kausaaliselle järjestelmälle. (2p)
   e) Stabiilille LTI-järjestelmälle $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$. Onko d-kohdan kausaalinen järjestelmä myös stabiili lasketun $h[n]$ perusteella? (1p)

5. Olkoon annettuna signaali

$$x_1(t) = \cos(2\pi f_1 t) + 2\cos(2\pi f_2 t) + 5\cos(2\pi f_3 t) \ ,$$

missä $f_1 = 2$ kHz, $f_2 = 3$ kHz ja $f_3 = 5$ kHz.

   a) Onko signaali $x_1(t)$ periodinen? Jos on, niin mikä on $x_1(t)$:n perusjakson pituus T? (1p)
   b) Esitä signaalin $x_1(t)$ spektrin itseisarvo (magnitude spectrum) $|X_1(j\omega)|$ taajuusalueelta $-10 \ldots 10$ kHz. (1p)
   c) Käytä ideaalista alipäästösuodinta

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & f < 4\text{kHz} \\ 0, & f \geq 4\text{kHz} \end{cases}$$

   ja suodata $X_2(j\omega) = H(j\omega)X_1(j\omega)$. Hahmottele spektrin itseisarvo $|X_2(j\omega)|$ välillä $-10 \ldots 10$ kHz. (1p)
   d) Näytteistä suodatettu signaali $x_2(t)$ näytteenottotaajuudella $f_T = 5$ kHz ja piirrä saadun diskreetin sekvenssin $x_2[n]$ spektrin itseisarvo $|X_2(e^{j\omega})|$ välillä $-10 \ldots 10$ kHz. (2p)
   e) Rekonstruoi diskreetistä sekvenssistä $x_2[n]$ jatkuva signaali $x_3(t)$ ja hahmottele se aikavälillä $0 < t < 0.5$ ms. Mikä on signaalin $x_3(t)$ maksimiarvo? (1p)