# Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Tentti / välikoe 18.12.2000 klo 12-15. Salit B ja C.
Tentissä saa olla oma taulukkokirja ja (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja.

**Merkitse paperiin, suoritatko 1. tai 2. välikokeen vai tentin.**

| | | |
|---|---|---|
| **Tehtävät:** | **1. välikoe:** | **1, 2, 3 ja 4** |
| | **2. välikoe:** | **5, 6 ja 7** |
| | **tentti:** | **3, 4, 5, 6 ja 7** |

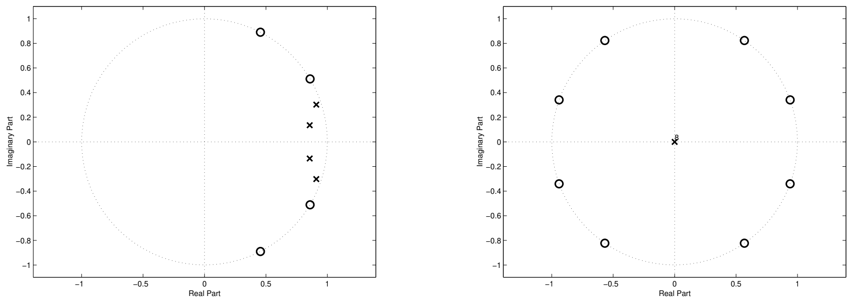
1. (3p) Ovatko seuraavat suodattimet 1) lineaarisia, 2) siirtoinvariantteja, 3) kausaalisia, 4) stabiileja? Perustele lyhyesti sanallisesti tai matemaattisesti.

   a) $y[n] = x[n+1] + x[n-1] - 2$

   b) $y[n] = 3x[3n]$

   c) $y[n] = x[n] + 2y[n-1]y[n-2]$

2. (3p) Kuvassa 1 on esitetty kahden LTI-järjestelmän napa-nollakuviot. Hahmottele kuvioita vastaavat amplitudivasteet. Ovatko suotimet FIR- vai IIR-tyyppisiä? Mitkä ovat suotimien asteluvut?




*i)* *ii)*

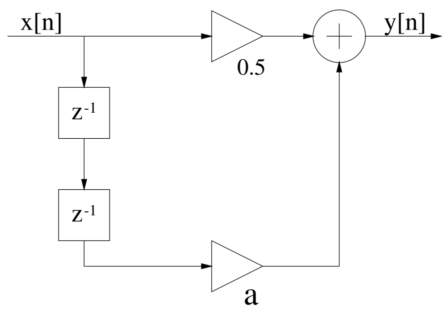
Kuva 1: Tehtävän 2 napa-nolla-kuviot.

3. (6p) Kuvassa 2 on annettu erään LTI-järjestelmän rakennekaavio. Kerroin $a$ on äärellinen vakiokerroin.

   a) Etsi suotimen impulssivaste $h[n]$.

   b) Millä $a$:n arvoilla suodin on stabiili?

   c) Olkoon $x[n] = \cos(\frac{\pi}{2}n)\mu[n]$. Määritä kerroin $a$ siten, että syötteellä $x[n]$ suotimen ulostulo $y[n]$ on nolla, kun $n > 1$.




Kuva 2: Tehtävän 3 rakennekaavio.

4. (6p) Tarkastellaan analogista signaalia

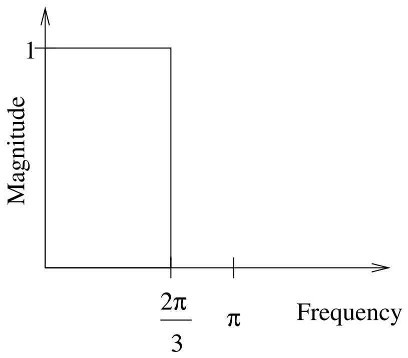
$$x(t) = 2\cos(8\pi f_0 t) + 4\cos(20\pi f_0 t) + 5\cos(26\pi f_0 t) + 3\cos(32\pi f_0 t)\ ,$$

missä $f_0 = 0.5$ kHz. Tehtävässä käytetty näytteenottotaajuus $f_T$ on 6 kHz.

a) Mikä on signaalin $x(t)$ perusjakson pituus $T$?

b) Piirrä $x(t)$:tä näytteistämällä saadun signaalin spektri kaistalla $0 \ldots 3$ kHz.

c) Oletetaan, että kiinnostavat spektrin komponentit löytyvät taajuuskaistalta $6 \ldots 9$ kHz. Pelkästään ko. kaistan spektrikomponentit halutaan tallettaa myöhempää tarkastelua varten digitaaliseen signaaliin kaistalle $0 \ldots 3$ kHz. Miten tämä on toteutettavissa?




Kuva 3: Tehtävän 5 ideaalinen alipäästösuodin.

5. (6p)

a) Suunnittele FIR-tyyppinen alipäästösuodin kuvan 3 perusteella. Valitse asteluvuksi 4 ($M = 2$). Käytä katkaistuun Fourier-muunnokseen perustuvaa menetelmää (suorakaideikkuna).

b) Tee vastaava suodin käyttäen Hamming-ikkunafunktiota $w_h[n]$:

$$w_h[n] = 0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{2M+1}\right)\ , \quad -M \le n \le M$$

c) Selvitä sanallisesti, miten a) ja b) -kohtien suodattimien taajuusvasteet eroavat toisistaan, olettaen että suotimen asteluku on riittävän suuri (esim. 50).

Vinkkejä:

Fourier-käänteismuunnos:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega)e^{j\omega n}d\omega$$

Hyödyllinen integraali:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{a} e^{j\omega n}d\omega = \frac{\sin(an)}{n\pi}$$

6. (6p) Tarkastellaan toisen asteen digitaalista IIR-suodinta, jonka siirtofunktio on

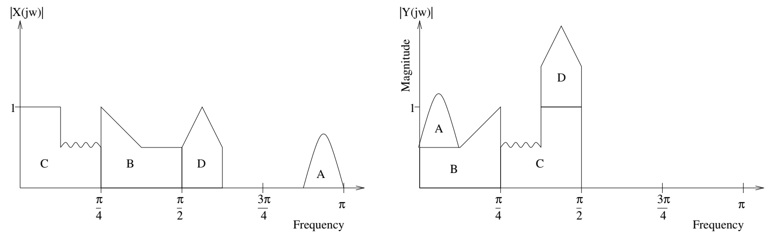
$$H(z) = \frac{1}{1 + 2a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Piirrä systeemin napojen ($p_1$, $p_2$) mahdolliset sijainnit, kun reaaliset kertoimet $a_1$ ja $a_2$ kvantisoidaan kolmeen bittiin käyttäen itseisarvo-etumerkkiesitystä. Tällöin siis esitettävissä olevat luvut ovat $-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$. Miten kvantisointi vaikuttaa suotimen toteutukseen eri taajuuksilla?

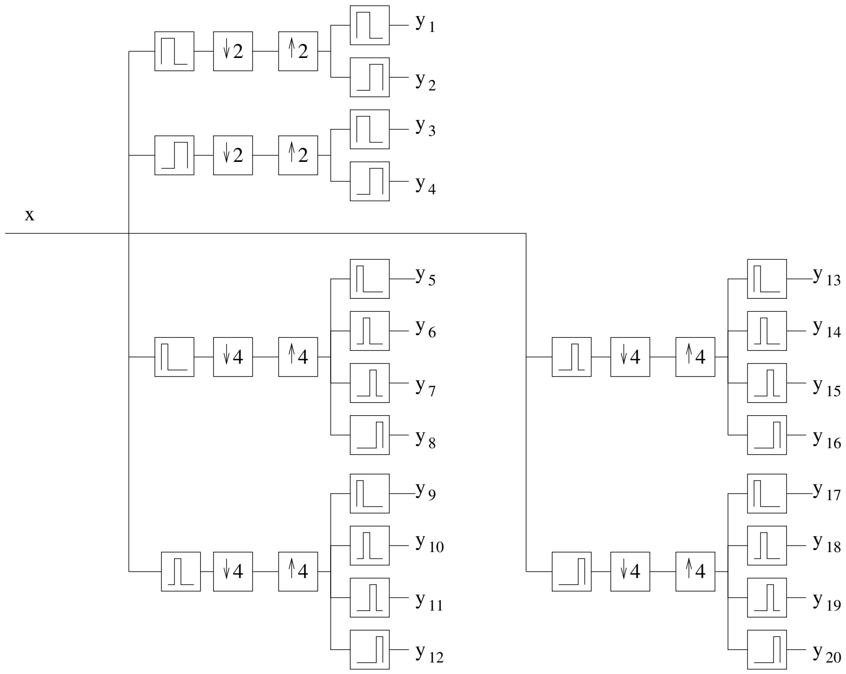
Huomaa, että reaalikertoimisen suotimen kompleksiset navat ovat kompleksikonjugaatteja ($p_1 = re^{j\theta}$, $p_2 = p_1^* = re^{-j\theta}$).

7. (6p) Mitkä kuvan 5 systeemin ulostulot pitää summata, jotta kuvassa 4 esitetyn sisääntulosignaalin spektristä $X(j\omega)$ saataisiin annetun ulostulosignaalin $Y(j\omega)$ kaltainen? Piirrä signaalin spektri kunkin käyttämäsi ulostulon kohdalla. Käytössäsi on siis up- ja downsamplereitä sekä ideaalisia suodattimia. Suodattimet valitsevat joko puolet taajuusalueesta (esim. $[0, \frac{\pi}{2}]$) tai neljäsosan (esim. $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$). Oletetaan, että downsamplereistä johtuvat tehonhäviöt on normalisoitu ulostulosignaaleissa.

Vinkki: Ulostulojen tarkastelu kannattaa aloittaa signaaleista $y_1 - y_4$ ja tämän jälkeen täyttää puuttuvat spektrin komponentit sopivilla signaaleilla joukosta $y_5 - y_{20}$.




Kuva 4: Tehtävän 7 sisään- ja ulostulosignaalien spektrit.




Kuva 5: Tehtävän 7 systeemi.