T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Tentti / 2. välikoe 13.12.2002 klo 12-15. Salit M ja K.
2. välikokeeseen ei voi osallistua, jos on ollut välikokeessa 11.12.2002.
Jos teet 2. välikokeen, vastaa kysymyksiin 3, 5, 6, 7.
Jos teet tentin, vastaa kysymyksiin 1, 2, 4, 6, 7.
Merkitse paperiin, suoritatko 2. välikokeen vai tentin.

Välikokeessa/Tentissä saa olla oma (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Tilaisuudessa jaetaan kaavakokoelma.

1. (TENTTI, 6p) Erääseen lineaariseen, siirtoinvarianttiin, stabiiliin ja kausaaliseen diskreettiin järjestelmään syötettiin $x[n]$, ja ulostulona saatiin signaali $y[n]$ seuraavasti:

n	$x[n]$	$y[n]$
-1	0	0
0	1	2
1	2	1
2	-1	?
3	0	?
4	1	?
5	0	?

   a) Määritä $x[n]$:n ja $y[n]$:n avulla järjestelmän impulssivaste $h[n]$, kun tiedetään, että järjestelmän alkuarvot ovat nollia ja että se on muotoa (a, b, c ja d vakioita):

$$h[n] = \begin{cases} a, & \text{kun } n < 0 \\ b, & \text{kun } n = 0 \\ c, & \text{kun } n = 1 \\ d, & \text{kun } n > 1 \end{cases}$$

   b) Laske taulukosta puuttuvat $y[n]$:n arvot.

2. (TENTTI, 6p) Tutkitaan suodinta, jonka differenssiyhtälö on
$y[n] = x[n] - 0.8x[n-1] - 1.6y[n-1] - 0.68y[n-2]$.

   a) Piirrä suotimen lohkokaavio (virtauskaavio).
   b) Mikä on suotimen siirtofunktio $H(z)$?
   c) Piirrä napanollakuvio. Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$. Onko suodin alipäästö/ylipäästö/kaistanpäästö/kaistanesto?
   d) Laske suotimen impulssivasteen h[n] ensimmäiset arvot, kun $n = 0 \ldots 3$. Suotimen rekisterit ovat alustettu nolliksi. Suljettu muoto ei ole tarpeen.
   e) Onko suodin stabiili?

3. (2. VK, 6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +1p, väärä –1p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat; perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on kuitenkin 0-6p.

1) Suotimen siirtofunktion kertoimet ovat sellaisinaan (tai vastalukuina) nähtävissä järjestelmän suoran muodon (direct form) lohkokaaviossa (virtauskaaviossa).

2) Siirtofunktio $H(z) = h[0](1 - z^{-4}) + h[1](z^{-1} - z^{-3})$ kuvaa erästä lineaarivaiheista FIR-suodinta.

3) FIR-siirtofunktion $H(z) = 1 + 0.3z^{-1} - 0.3z^{-2} - z^{-3}$ eräs monivaihetoteutus (polyphase realization) on $H(z) = E_0(z^2) + E_1(z^2)$, jossa $E_0(z) = 1 - 0.3z^{-1}$ ja $E_1(z) = 0.3 - z^{-1}$.

4) Digitaalisen FIR-suotimen asteluku on tyypillisesti suurempi kuin vastaavilla vaatimuksilla (specifications) tehdyn IIR-suotimen.

5) Erään ylipäästösuotimen siirtofunktio on
$H(z) = K(-0.1219 - 1.3992z^{-1} + 7.0422z^{-2} - 1.3992z^{-3} - 0.1219z^{-4})$.
Väite: Kertoimen K tulee olla $K = 0.25$, jotta suotimen maksimi olisi skaalattu ykköseen.

6) Bilineaarimuunnoksella saadaan analogisen suotimen koko taajuusvaste $(0 \ldots \infty)$. kuvatuksi IIR-digitaalisuotimen käytettävissä olevalla taajuuskaistalle $(0 \ldots f_s/2)$.

7) Diskreetin signaalin (näytesekvenssin) katkaisu esimerkiksi suorakulmaisella ikkunalla aiheuttaa säröä signaalin spektriin.

8) FIR-suotimien ikkunamenetelmän suorakaideikkunasta tuttua Gibbsin ilmiön värähtelyä voidaan tehokkaasti vähentää käyttämällä Hamming-ikkunaa $w_{hamm}[n]$, mutta tällöin taajuuserottelu huononee.

9) Merkkibitti $s = 1$ vastaa negatiivista lukua. Väite: Desimaaliluvun -0.375 kahden komplementtiesitys merkkibitillä ja kolmella bitillä on $1_\Delta 101$.

10) Suotimen skaalaamisella vaimennetaan signaalia ylivuotojen estämiseksi ja samalla parannetaan signaali-kohinasuhdetta (SNR).

11) Näytteenottotaajuutta (multirate) pienennetään tekijällä $M = 3$, $f_s = (1/3)f_{s,old}$. Väite: Desimoinnissa käytettävän alipäästösuotimen (decimation filter) rajakulmataajuus saa olla enintään $\pi/3$ (ideaalisuodin), jottei signaalin vierastumista (aliasing) tapahtuisi.

12) Näytteenottotaajuutta (multirate) kasvatetaan tekijällä L, $f_s = Lf_{s,old}$. Väite: Peruskaistalle (baseband) syntyy L ylimääräistä spektriä (image).

4. (TENTTI, 6p) Jatkuvan jaksollisen signaalin $x(t)$ yksipuoleinen spektri $X(j\omega)$ on kuvassa 1. Oletetaan, että kaikki signaalikomponentit ovat samassa vaiheessa (nollavaihe). Tällöin spektriä kuvaava signaali on muotoa $x(t) = \sum_{k=1}^{3} A_k \cos(2\pi f_k t)$

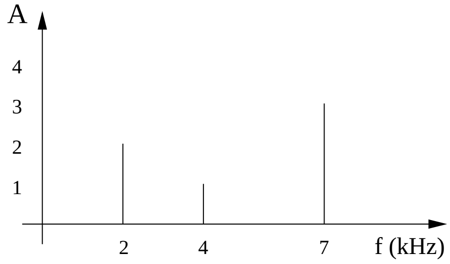
   a) Mikä on signaalin perusjakson pituus $T_0 = 1/f_0$?

   b) Jatkuvaa signaalia näytteistetään taajuudella $f_s = 10$ kHz. Piirrä saadun diskreetin signaalin spektri $X(e^{j\omega})$

   c) Kuvan 1 jatkuvaa signaalia päätetään suodattaa ensin ns. anti-aliasing-suotimella

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |f| < 5 \text{ kHz} \\ 0, & |f| > 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

   Sitten signaali näytteistetään uudestaan taajuudella 10 kHz. Piirrä nyt saatu diskreetin signaalin spektri.



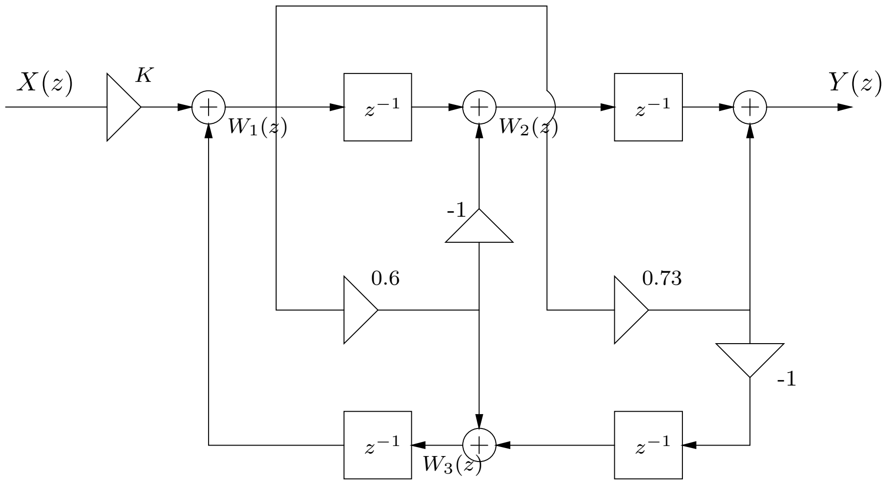
Kuva 1: Tehtävän 4 spektri

5. (2. VK, 6p) Tutkitaan suodinta kuvassa 2.

   a) Määritä suotimen siirtofunktio $H(z)$.

   b) Piirrä kanoninen suoran muodon esitys rakenteesta.

   c) Piirrä napanollakuvio. Laske nollien ja napojen etäisyydet origosta. Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$. Minkä tyyppinen suodin on kyseessä (huomaa tietty symmetrisyys kertoimissa)?



Kuva 2: Tehtävän 5 suodin.

6. (2. VK ja TENTTI, 6p) Tarkastellaan analogista alipäästösuodinta, jonka s-tason siirtofunktio ja impulssivaste ovat $H_a = 1/(s+1) \quad \leftrightarrow \quad h_a(t) = e^{-t}\mu(t)$.

   a) Määrää analogiasuodinta $H_a(s)$ vastaavan digitaalisuotimen siirtofunktio $H_I(z)$ ns. impulssi-invarianttimenetelmällä eli ottamalla näytteitä analogiasuotimen impulssivasteesta $h_a(t)$ tasavälisesti hetkillä $t = nT_s$, jossa T_s on näytteenottoväli.

   b) Määrää analogiasuodinta $H_a(s)$ vastaavan digitaalisuotimen siirtofunktio $H_B(z)$ bilineaarimuunnoksella. Oletetaan, että bilineaarimuunnoksen taajuusvääristymät on huomioitu eikä niitä tarvitse kompensoida s-tason siirtofunktiossa. Käytä muunnokseen $s = (2/T_s)(1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$.

   c) Normalisoidaan näytteenottoväli ykköseksi eli $T_s = 1$. Ratkaise suotimien $H_I(z)$ ja $H_B(z)$ nollat ja navat, piirrä napanollakuviot ja hahmottele suotimen amplitudivasteet. Vertaa suotimien käyttäytymistä ja selvitä, mistä mahdolliset erot johtuvat.

7. (2. VK ja TENTTI, 6p) Allaolevassa kuvassa on kaksi virtauskaaviota, jotka esittävät toisen asteen IIR-suodinrakenteita. Tarkastellaan ainoastaan suotimien kompleksisia napoja, kun reaaliset kertoimet a ja b kvantisoidaan kolmeen bittiin käyttäen itseisarvo-etumerkkiesitystä. Tällöin luvut, jotka voidaan esittää, ovat $\{-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$.

   Piirrä molempien järjestelmien kompleksisten napojen mahdolliset sijainnit ja vertaile niitä. Oikeanpuoleisen suotimen siirtofunktio on $H(z) = -bz^{-2}/(1 - 2az^{-1} + (a^2 + b^2)z^{-2})$. Pohdi tilanteita, joissa halutaan pienellä bittimäärällä kapeakaistainen alipäästösuodin tai kapeakaistainen kaistanpäästösuodin (päästökaista $0.25f_s$:n kohdalla).

   Huomaa, että reaalikertoimisen suotimen kompleksiset navat ovat kompleksikonjugaatteja ($p_1 = re^{j\theta}$, $p_2 = p_1^* = re^{-j\theta}$) ja että polynomi voidaan esittää tulomuodossa sen juurien avulla $1 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2} = (1 - p_1z^{-1})(1 - p_2z^{-1})$.