Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Muuntokoulutus, syksy 2001. Simula, Parviainen.
1. välikoe (tentti/Lahti) ma 12.11.2001 klo 17-20.

Kaavakokoelmakirjat (esim. Beta tms.) ovat sallittuja. Omat (graafiset, ohjelmoitavat) laskimet ovat sallittuja, mutta niiden ylimääräinen muisti on tyhjennettävä.

Kaavoja:

$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\theta(\omega)}$, jossa $\theta(\omega) = arg\{H(e^{j\omega})\}$
$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\ \omega}$
$y[n] = h[n] \circledast x[n] = x[n] \circledast h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]\, x[n-k]$
$e^{j\omega} = cos(\omega) + j\ sin(\omega)$
$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\, z^{-n}$
$x[n] \leftrightarrow X(z)$
$x[n-n_0] \leftrightarrow z^{-n_0}\, X(z)$
$a\, x[n] \leftrightarrow a\, X(z)$
$H(z) = Y(z)/X(z)$

1. (6 p) Väitteitä. Oikein +1p, väärin = -1p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän minimipistemäärä 0, maksimi 6.

   a) Jos LTI-järjestelmän impulssivasteelle pätee $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| < \infty$, on suodin silloin kausaalinen.

   b) CD-tason näytteenottotaajuudella 44100 Hz ei enää tapahdu lainkaan signaalin laskostumista.

   c) Amplitudimodulaatio voidaan toteuttaa LTI-järjestelmällä.

   d) Jos kaksi sarjaan kytkettyä diskreettiaikaista järjestelmää, joiden impulssivasteet ovat $h_1[n]$ ja $h_2[n]$, ovat molemmat lineaarisia ja kausaalisia, niiden keskinäinen järjestys voidaan vaihtaa niin, että lopputulos pysyy samana.

   e) Diskreeteille lukujonoille $g_1[n] = cos(0.8\pi n)$ ja $g_2[n] = cos(3.2\pi n)$ pätee $g_1[n] = g_2[n]$ kaikilla arvoilla n.

   f) Siirfofunktion $H(z) = Y(z)/X(z)$ osoittajapolynomin kertoimia kutsutaan nolliksi ja nimittäjäpolynomin kertoimia navoiksi.

   g) Jos suotimen $H(e^{j\omega})$ vaihevasteen kulmakerroin on vakio, niin myös suotimen ryhmäviive on vakio.

   h) $H(z) = 0.5(1+z^{-1})$ on esimerkki yksinkertaisesta alipäästösuotimesta.

2. (3p) Onko alla oleva sekvenssi $x[n]$ jaksollinen? Jos on, niin mikä on sen perusjakso N?

   $x[n] = cos(\frac{\pi}{12}\, n) + cos(\frac{\pi}{8}\, n + \frac{\pi}{2})$

3. (3p) Tutkitaan diskreettiaikaista järjestelmää

$$y[n] = \sum_{k=-1}^{1} k\, x[n-k]$$

Laske tai perustele pitävästi kolme (ja vain kolme) kohtaa seuraavista neljästä, onko järjestelmä

a) lineaarinen

b) aikainvariantti

c) kausaalinen

d) stabiili

4. (6p) LTI-suotimen impulssivaste on

$$h[n] = -a\delta[n-1] + 2a\delta[n-2] - a\delta[n-3]$$

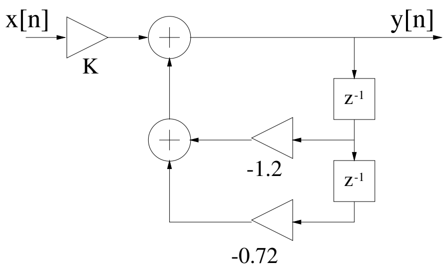
jossa vakiokerroin a on välillä $0.1 < a < 10$

a) (2p) Piirrä suotimen rakennekaavio.

b) (3p) Olkoon syötteenä $x[n] = 3\,\delta[n] + 2\,\delta[n-1] + \delta[n-2]$. Laske konvoluutiolla suotimen ulostulo $y[n]$.

c) (1p) Skaalaa a siten, että $max\{|y[n]|\} = 1$.

5. (6p) Tutkitaan LTI-järjestelmää, jonka rakennekaavio on annettu kuvassa 1.



Kuva 1: Tehtävän 5 rakennekaavio. z^{-1} on viiveyksikkö.

a) (1p) Muodosta kuvassa 1 esitetystä rakennekaaviosta vastaava differenssiyhtälö x:n ja y:n avulla.

b) (2p) z-muunna saatu differenssiyhtälö ja esitä siirtofunktio $H(z)$.

c) (1p) Laske siirtofunktiosta nollat ja navat. Piirrä napa-nolla-kuvio.

d) (2p) Siirtofunktiosta $H(z)$ saadaan taajuusvaste $H(e^{j\omega})$, kun muunnos tehdään yksikköympyrällä eli $z = e^{j\omega}$. Skaalaa kerroin K niin, että suotimen amplitudivasteen $|H(e^{j\omega})|$ maksimi on 1. Hahmottele tämän jälkeen amplitudivaste.