Tik-61.146 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe 19.10.1998

1. (6p) Määrää suotimen

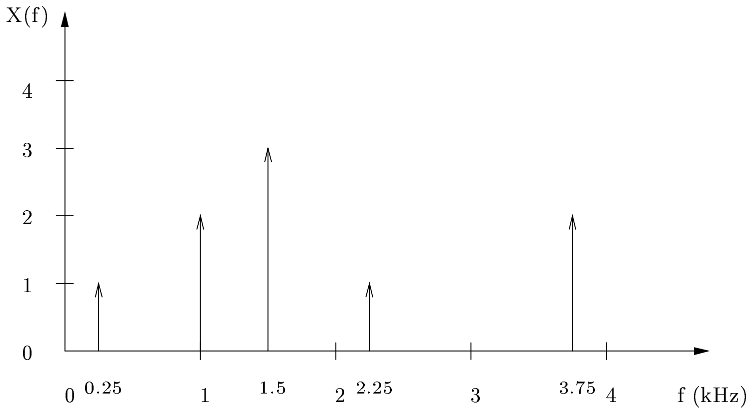
$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} - 0.75z^{-2}}$$

suppenemisalue ja impulssivaste $h(n)$ siten, että suodin on

(a) kausaalinen

(b) stabiili.

2. (6p) Tarkastellaan analogista signaalia, joka koostuu viidestä taajuuskomponentista. Signaalin spektri, josta nähdään taajuuskomponenttien amplitudit, on esitettynä kuvassa 1. Spektri on symmetrinen origon suhteen; kuvassa on esitettynä vain positiiviset taajuudet. Lisäksi oletetaan, että signaalin eri taajuuskomponentit ovat samassa vaiheessa.



Kuva 1: Analogisen signaalin spektri.

(a) Signaalista otetaan näytteitä 2 kHz:n taajuudella. Määrää ja piirrä syntyvän digitaalisen signaalin spektri kaistalla 0...1 kHz.

(b) Signaalia suodatetaan ennen näytteistystä analogisella, laskostumista estävällä (antialiasing) suotimella. Suotimen taajuusvasteen itseisarvo on:

$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 1.25 \text{ kHz} \\ 0.1, & f \geq 1.5 \text{ kHz} \end{cases}$$

Suotimella on äärellinen transitiokaista $1.25 < f < 1.5$ kHz.

Määrää ja piirrä syntyvän digitaalisen signaalin spektri kaistalla 0...1 kHz, kun näytteenottotaajuus on sama 2 kHz.

3. (6p) Kuvassa 2 (toisessa paperissa) on esitetty kolmen suotimen napa-nolla -kuviot ja kolme taajuusvasteen itseisarvoa välillä $0...\pi$ (= puolet 10 kHz:n näytteenottotaajuudesta).

(a) Yhdistä oikeat napa-nolla -kuviot oikeisiin taajuusvasteiden itseisarvoihin. Perustele lyhyesti vastauksesi. Jos kaikille ei löydy paria, perustele miksi ei.

(b) Minkä asteisia ovat napa-nolla -kuvioita vastaavat suotimet?

4. (8p) Simolan kylässä harrastetun raivoisan jänisjahdin tuloksena oli jänöjen (kuva 2) määrä pudonnut rajusti, kun luonnonsuojeluvaltuutettu P. Öpelikkö sai vihdoin läpi jänisten rauhoittamista koskevan ehdotuksensa. Jäniksiä oli jäljellä enää kovin vähän, kun niitä edellisenä vuonna (1997) oli vielä 7 elikkoa ja toissavuonna (1996) 11.

   Oletetaan, että vuodessa syntyy edellisen vuoden kannan verran poikasia. Lisäksi $(\sqrt{3} - 1) * 100$ prosenttia edellisvuoden kannasta selviytyy seuraavalle vuodelle (tämä vakio on saatu tarkkojen laskelmien perusteella, luonnonvakioiden avulla), loput päätyvät ns. parempiin suihin yms. Lisäksi hämärä tiedemies R. Uisku vie rauhoituspäätöksestä huolimatta omiin hämäriin tarkoituksiinsa toissavuoden kannan verran jäniksiä (poliisi kyllä tutkii hänen toimiaan).

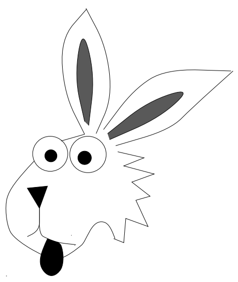
   Laadi diskreettiaikainen malli jänispopulaation kehitykselle (Oleta yksinkertaisuuden vuoksi, että jäniksien määrä on reaaliluku!) ja piirrä siitä virtauskaavio. Ratkaise *mallin avulla* seuraavat ongelmat:

   (a) Kuoleeko kanta, jos mitään ei tehdä?

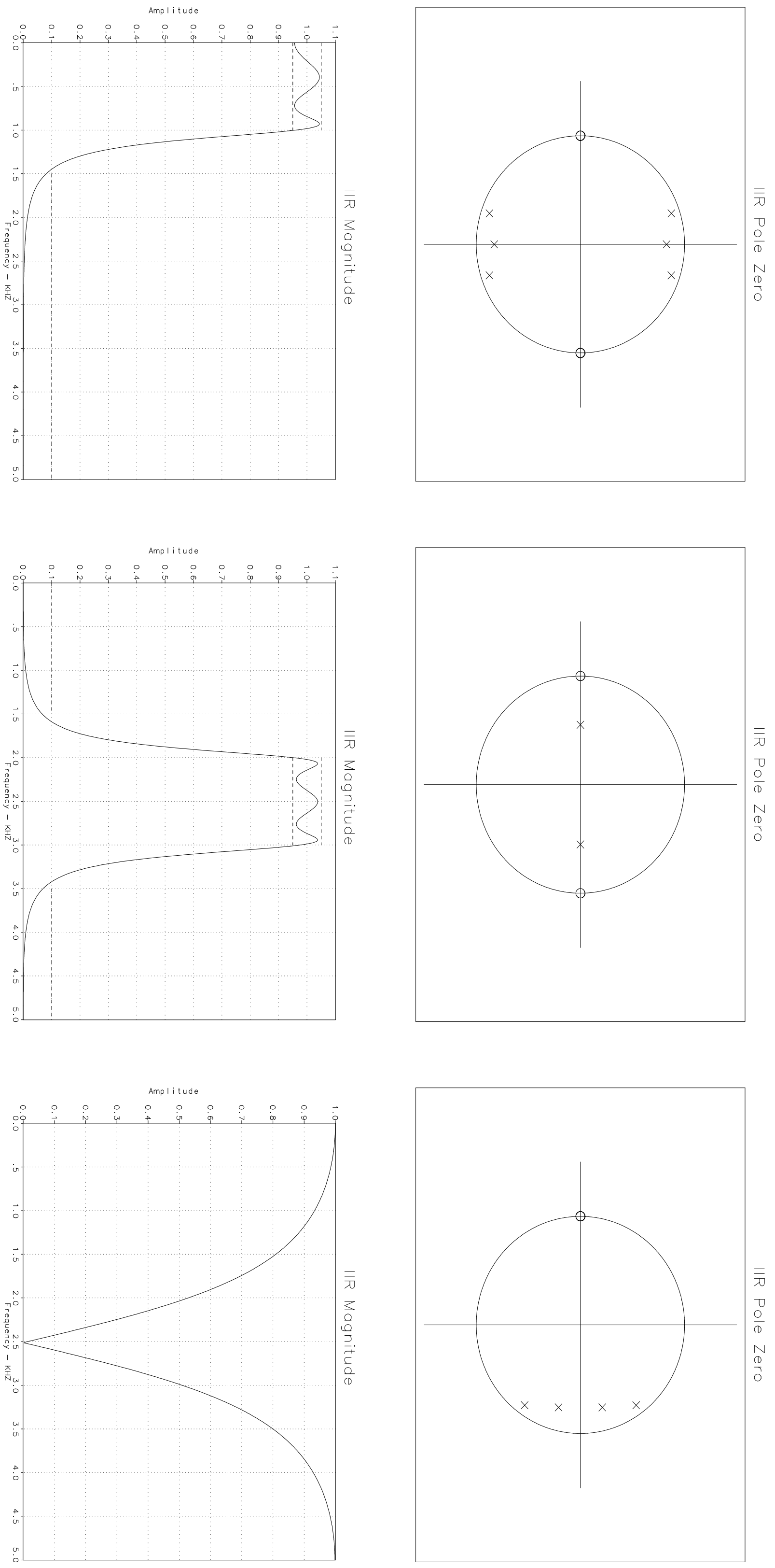
   (b) Laadi uusi diskreetti malli, jossa R. Uiskun käyttämä koe-eläinten määrä on a prosenttia toissavuoden kannasta. Lisäksi kylässä oleva intialainen taikuri Sim S. Alabim taikoo joka vuosi hatustaan 4 jänistä lisää.

   (c) Laske b-kohdan diskreetin mallin mukaisen virtauskaavion napa-nolla kuvio sekä hahmottele taajuusvasteen itseisarvo eri a:n arvoilla. Mikä voisi olla taajuusvasteen fysikaalinen tulkinta? (+1 p)

   (d) Tutki, miten a:n arvo vaikuttaa kannan kehitykseen l. räjähtääkö se äärettömyyteen, kuoleeko kanta vai jääkö se värähtelemään.



Kuva 2. Jänis



Kuva 2: Napa-nolla -kuviot ja taajuusvasteiden itseisarvot