Tik-61.146 Signaalien digitaalisen käsittelyn perusteet
Tentti ja rästivälikoe 11.12.1998
1. välikokeen tehtävät: 1,2,3,4
2. välikokeen tehtävät: 5,6,7,8
Tenttitehtävät: 2,4,5,6,7
Huom! Merkitse paperiin, minkä kokeen suoritat. Voit suorittaa vain yhden kolmesta kokeesta.

1. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? (Oikea vastaus: +1p, ei vastausta 0p, väärä vastaus: –1p. Tehtävän minimipistemäärä on kuitenkin nolla.)

   (a) kertolasku taajuustasossa vastaa konvoluutiota aikatasossa

   (b) kausaalinen suodin on stabiili vain, jos sen nollat ovat yksikköympyrän sisäpuolella

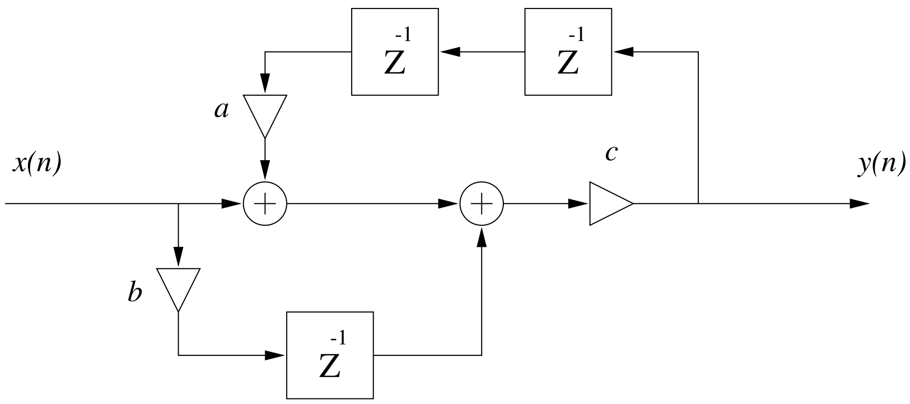
   (c) stabiilit suotimet ovat aina kausaalisia

   (d) jos f_s on näytteenottotaajuus, välillä $f_s/2 \ldots f_s$ olevat taajuudet laskostuvat välille $0 \ldots f_s/2$

   (e) diskreetti Fourier-muunnos vastaa z-muunnosta z-tason imaginaariakselilla

   (f) FIR-suotimen toteutuksessa ei voi olla takaisinkytkentää (rekursiota), sillä silloin suotimen impulssivaste ei olisi rajallisen pituinen.

2. (6p) Kuvassa 1 on erään kausaalisen suotimen virtauskaavio. Suotimen parametriarvot ovat a=–1/16, b=–1 ja c=1.



Kuva 1: Suotimen virtauskaavio.

   (a) Määritä systeemin toimintaa kuvaava differenssiyhtälö sekä siirtofunktio.

   (b) Laske systeemin navat ja nollat ja piirrä systeemin napa-nolla -kuvio. Onko systeemi stabiili?

   (c) Laske ja hahmottele systeemin taajuusvasteen itseisarvo. Millä taajuudella saavutetaan vahvistuksen minimi? Minkä tyyppinen suodin on kyseessä?

   (d) Voidaanko kertoimen c arvoa muuttamalla vaikuttaa systeemin stabiilisuuteen? Perustele vastauksesi.

3. (6p) Ovatko seuraavat systeemit lineaarisia, aikainvariantteja ja/tai kausaalisia ? Systeemit on määritelty joko differenssiyhtälön (input/output-relaatio tulosekvenssin $x(n)$ ja lähtösekvenssin $y(n)$ välillä) tai impulssivasteen $h(n)$ avulla. Perustele vastauksesi.

   (a) $y(n) = nx(n)$

   (b) $y(n) = x(n) + n$

   (c) $h(n) = 1/3[\delta(n-1) + \delta(n) + \delta(n+1)]$

4. (6p) Tarkastellaan seuraavia kahta systeemiä.

   Systeemistä 1 tunnetaan impulssivaste $h_1(n)$ ($u(n)$ on askelfunktio):

$$h_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n).$$

   Systeemistä 2 tunnetaan siirtofunktio $H_2(z)$:

$$H_2(z) = \frac{4}{2 - z^{-1}}, \quad |z| < \frac{1}{2}.$$

   Vastaa perustellen, onko systeemeistä jompi kumpi ekvivalentti sellaisen kausaalisen systeemin kanssa, jonka siirtofunktio on

$$H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}.$$

5. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? (Oikea vastaus: +1p, ei vastausta 0p, väärä vastaus: –1p. Tehtävän minimipistemäärä on kuitenkin nolla.)

   (a) FIR-suotimilla on aina lineaarinen vaihevaste.

   (b) Elliptisellä IIR-suotimella on jyrkempi transitiokaista verrattuna muilla menetelmillä suunniteltuihin samanasteisiin IIR-suotimiin.

   (c) Ylivuotojen estäminen signaalia skaalaamalla parantaa samalla signaali-pyöristysvirhekohinasuhdetta suotimessa.

   (d) Bilineaarimuunnos aiheuttaa analogisen suotimen taajuusvasteen itseisarvon laskostumista suodinta digitalisoitaessa.

   (e) Kaskadiin kytkettyjen FIR- ja IIR-suotimien yhdistelmä on aina epästabiili.

   (f) Hanning-ikkunalla saadaan spektrianalyysissä suorakulmaiseen ikkunaan verrattuna parempi sivukupujen vaimennus ja kapeampi pääkupu.

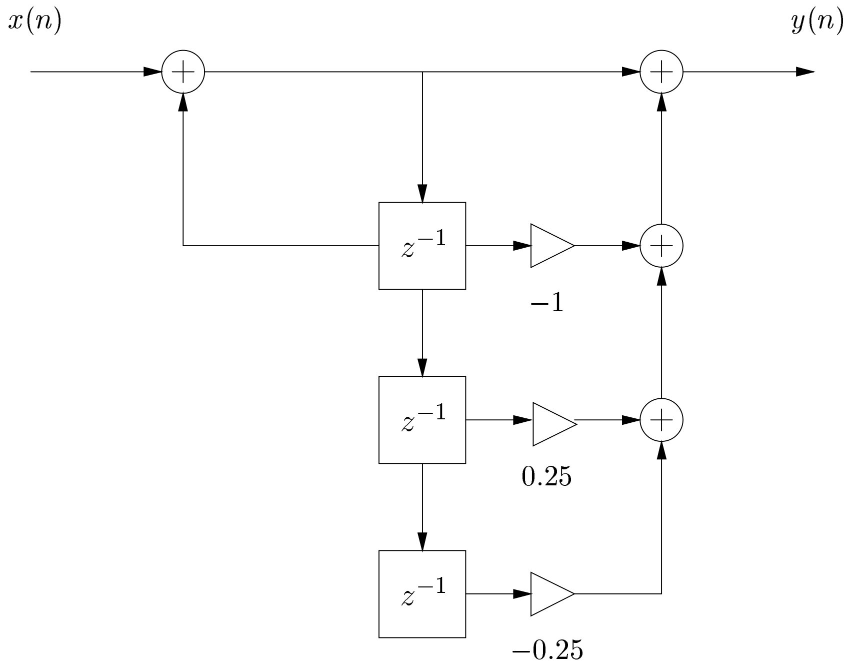
6. (6p) Kuvassa 2 on esitettynä erään suotimen rakennekaavio.

   (a) Määrää kuvaa vastaavan suotimen siirtofunktio $H(z)$. Mikä on siirtofunktion asteluku?

   (b) Onko suodin IIR- vai FIR-tyyppinen? Perustele.

   (c) Laske suotimen navat ja nollat sekä piirrä napa-nolla -kuvio z-tasoon. Hahmottele amplitudivaste.

   (d) Esitä suotimen toteutus mahdollisimman yksinkertaisessa muodossa. Piirrä virtauskaavio.



Kuva 2: Suodinrakenne.

7. (6p) Tarkastellaan suodinta, jonka tulo/lähtöriippuvuuden määrittelee differenssiyhtälö

$$y(n) = x(n) + ay(n-1), \; a = 0.5.$$

(a) Laske suotimen impulssivaste. Onko suodin stabiili?

(b) Tutkitaan suotimen impulssivastetta neljän bitin (merkkibitti ja kolme bittiä) laskentatarkkuudella pyöristävällä aritmetiikalla. Kertolaskutulokset pyöristetään siten, että kolme vähiten merkitsevää bittiä pudotetaan pois, ja ensimmäisen pois jäävän bitin ollessa 1 lisätään vähiten merkitsevään bittiin 1. Oletetaan, että luvut on skaalattu itseisarvoltaan ykköstä pienemmiksi. Esim. $\delta(0) = (0.111)_2 = 7/8$ (suurin positiivinen luku) ja $a = 0.5 = (0.100)_2 = 1/2$.

(c) Tutki tarkastelemalla b-kohdan impulssivastetta, onko suodin stabiili. Perustele vastauksesi.

(d) Onko b-kohdan suodin lineaarinen? Perustele vastauksesi.

8. (6p) Halutaan laskea diskreettiaikaisen signaalin $x(n)$ näytteenottotaajuus kahteen kolmasosaan alkuperäisestä näytteenottotaajuudesta ω_s. Kiinnostava kaista (kaistarajoitettu signaali) on välillä $[0, \frac{\omega_s}{4}]$ Hahmottele tarvittava systeemi. Määrää laskostumisen leikkaavan suotimen (aliasing suppression filter) estokaistan rajataajuus ω_r.