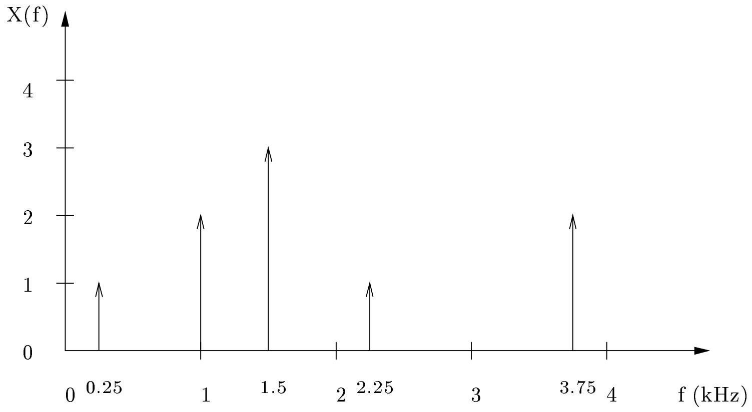
Tik-61.145 Signaalien digitaalisen käsittelyn perusteet

1. välikoe 12.3. 1996

1. (4p) Tarkastellaan analogista signaalia, joka koostuu viidestä taajuuskomponentista. Signaalin spektri, josta nähdään taajuuskomponenttien amplitudit, on esitettynä kuvassa 1. Spektri on symmetrinen origon suhteen; kuvassa on esitettynä vain positiiviset taajuudet.



Kuva 1: Analogisen signaalin spektri.

   (a) Signaalista otetaan näytteitä 4 kHz:n taajuudella. Määrää ja piirrä syntyvän digitaalisen signaalin spektri kaistalla 0...2 kHz.

   (b) Signaalia suodatetaan ennen näytteistystä analogisella, laskostumista estävällä (antialiasing) suotimella. Suotimen taajuusvasteen itseisarvo on:

$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 1.75 \text{ kHz} \\ 0.1, & f \geq 2.25 \text{ kHz} \end{cases}$$

   Suotimella on äärellinen transitiokaista $1.75 < f < 2.25$ kHz.

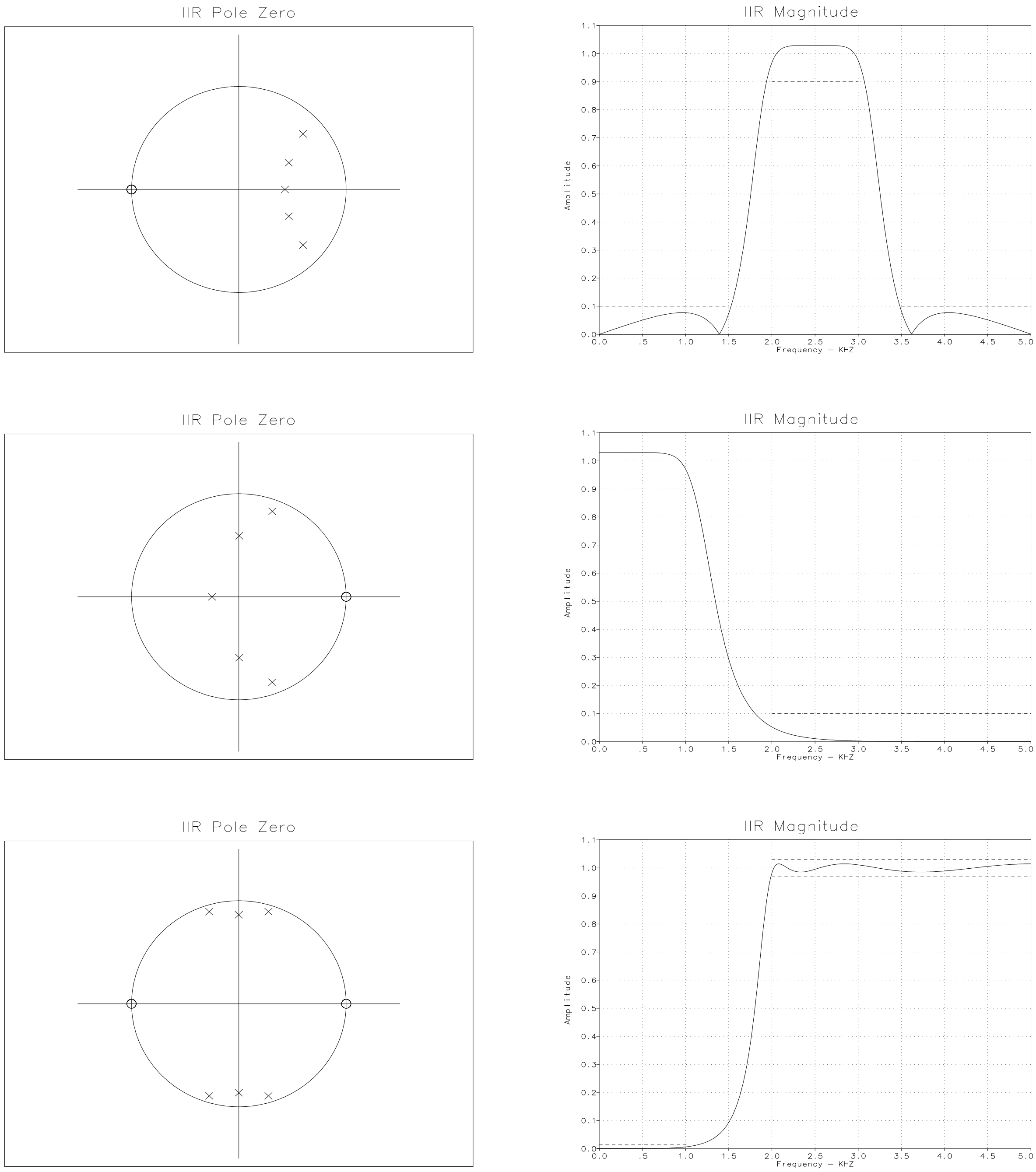
   Määrää ja piirrä syntyvän digitaalisen signaalin spektri kaistalla 0...2 kHz, kun näytteenottotaajuus on sama 4 kHz.

2. (6p) Tarkastellaan kuvan 2 napa-nolla -kuvioita (a)-(c) ja taajuusvasteiden itseisarvoja (1)-(3). Näytteenottotaajuus on 10 kHz; taajuusvasteiden itseisarvojen piirretty taajuuskaista on 0...5 kHz (eli $\omega = 0 \ldots \pi$).

   (a) Yhdistä napa-nolla -kuviot niitä vastaaviin taajuusvasteiden itseisarvoihin. Perustele vastauksesi. Jos kaikille ei löydy paria, perustele miksi ei.

   (b) Mitkä ovat napa-nolla -kuvioita vastaavien siirtofunktioiden (eli suotimien) asteluvut?

KÄÄNNÄ!



(a) (1)

(b) (2)

(c) (3)

Kuva 2: Napa-nolla -kuviot ja taajuusvasteet.

3. (8p) Tarkastellaan diskreettiaikaista järjestelmää, jolla on seuraava tulo-lähtöriippuvuus ($x(n)$ on sisäänmeno ja $y(n)$ ulostulo):

$$y(n) = x(n) - x(n-2) + \frac{1}{4}y(n-2).$$

   (a) Määrää $H(z)$, järjestelmän (z-tason) siirtofunktio.

   (b) Laske $H(z)$:n navat ja nollat. Piirrä napa-nolla -kuvio z-tasossa.

   (c) Määrää järjestelmän taajuusvaste $H(e^{j\omega T})$. Hahmottele systeemin taajuusvasteen itseisarvo $|H(e^{j\omega T})|$. Minkä tyyppinen suodin on kyseessä?

   (d) Esitä $H(z)$ kahden ensimmäisen asteen suodinlohkon yhdistelmänä seuraavasti:

$$H(z) = H_1(z)H_2(z),$$

   missä $H_1(z)$ ja $H_2(z)$ ovat ensimmäisen asteen lohkojen siirtofunktiot.

   (e) Hahmottele ensimmäisen asteen lohkojen taajuusvasteiden itseisarvot $|H_1(e^{j\omega T})|$ ja $|H_2(e^{j\omega T})|$. Minkä tyyppisiä suotimia lohkot edustavat, kun niitä tarkastellaan erillisinä?

4. (6p) Erääseen lineaariseen, siirtoinvarianttiin ja kausaaliseen diskreettiin systeemiin syötettiin signaali $x(n)$, ja ulostulona saatiin signaali $y(n)$ seuraavasti:

n	$x(n)$	$y(n)$
0	1	3
1	2	5
2	-1	?
3	0	?
4	2	?

   (a) Määritä $x(n)$:n ja $y(n)$:n avulla systeemin impulssivaste $h(n)$, kun tiedetään, että se on muotoa (a, b tuntemattomia vakioita):

$$h(n) = \begin{cases} 0, & \text{kun } n < 0 \\ a, & \text{kun } n = 0 \\ b, & \text{kun } n = 1 \\ 0, & \text{kun } n > 1 \end{cases}$$

   (b) Laske kolme seuraavaa ulostulon arvoa (eli $y(2)$, $y(3)$ ja $y(4)$).