T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti. Ke 14.5.2008 klo 16-19. Sali A (A-x) ja B (x-Ö)M.

2. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 7.5. tai 14.5. Tee välikokeessa tehtävät 1, 2 ja 7 (palaute).

Tentti on oikeus tehdä vain kerran joko 7.5. tai 14.5. Tee tentissä tehtävät 2, 3, 4, 5, 6 ja 7 (palaute). Aloita kukin tehtävä uudelta sivulta.

Tilaisuudessa saa olla oma (graafinen) funktiolaskin (ylimääräinen muisti tyhjennetty), mutta ei mitään taulukkokirjaa. Tilaisuudessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 (vk) varten.

Palautusohjeet:

- esitä opiskelijakorttisi palautuksen yhteydessä
- jos välikoe: tehtävän 1 ("rasti ruutuun") lomake omaan pinoon **"VK2-MONIVALINTA"**, täytettävä vähintään opiskelijanumero
- jos välikoe: tehtävän 2 vastauskonsepti omaan pinoon **"VK2-KONSEPTI"**, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- jos tentti: kaikki vastauskonseptit sisäkkäin omaan pinoon **"TENTTI"**
- suttupaperit omaan pinoon **"SUTTU"**
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

1) (10 x 1p, max 8 p, **VAIN VÄLIKOE**) Monivalinta. Väittämissä on 1–4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 8 ja minimimäärä 0.

Väitteet 1.1 − 1.4 ovat kurssin jälkipuoliskon ydinainesta ja ratkaistavissa suoraviivaisesti. Väitteet 1.5 − 1.10 ovat soveltavia ja vaativat laskemista suttupaperilla.

1.1 Tutkitaan kausaalista ja stabiilia LTI-suodinta kuvassa 1(a)
(A) Suotimen siirtofunktio on vakio $H(z) = \frac{1}{2}$
(B) Suotimen impulssivaste on $0.5h[n] = \delta[n] - 0.2\delta[n-1] - 0.5\delta[n-2] + 0.2h[n-1] + 0.5h[n-2]$
(C) Suotimen napanollakuvio on kuvassa 1(b)
(D) Suodin on esitetty viiveiden suhteen kanonisena (yksinkertaisena) suora muoto II ("direct form II") -rakenteena

1.2 Digitaalisen IIR-suotimen suunnittelussa laaditaan ensin vaatimusmäärittelyt ("specifications"), ja sen jälkeen arvioidaan suotimen $H(z)$ asteluku N.
(A) Asteluku on aina $N = 1$
(B) Asteluku kannattaa aina valita mahdollisimman suureksi, jotta saadaan erittäin tehokas suodatus
(C) Asteluku kannattaa aina valita mahdollisimman pieneksi, kunhan vain suotimen vaatimusmäärittelyt täyttyvät
(D) Asteluvun N digitaalisen IIR-suotimen siirtofunktio on muotoa $H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_N z^{N-1}$

1.3 Suodinsuunnittelussa käytetty ikkunamenetelmä ("windowed Fourier series"):
(A) Suunniteltavan suotimen impulssivaste saadaan ideaalisen impulssivasteen ja ikkunafunktion tulona
(B) Se on yksi menetelmä digitaalisen IIR-suotimen suunnitteluun
(C) Ikkuna tarkoittaa sekvenssiä $w[n]$, joka on suotimen ideaalinen impulssivaste
(D) Menetelmän tyypillisiä ikkunafunktioita ovat Butterworth, Chebychev ja elliptinen

1.4 Tunnetaan sekvenssi $x[n] = \{\underline{0.5},\ 0.3,\ 0.1,\ -0.2,\ -0.3,\ 0.1\}$, jonka näytteenottoväli on $T = 1$ päivä. Sekvenssiä alasnäytteistetään ("downsample") termillä $M = 2$, jolloin saadaan $x_d[n]$.
(A) Uusi näytteenottotaajuus on $f_T = 44100$ Hz
(B) $x_d[n] = \{\underline{0.5},\ 0,\ 0.3,\ 0,\ 0.1,\ 0,\ -0.2,\ 0,\ -0.3,\ 0,\ 0.1\}$
(C) $x_d[n] = \{\underline{0.25},\ 0.15,\ 0.05,\ -0.1,\ -0.15,\ 0.05\}$
(D) $x_d[n] = \{\underline{0.5},\ 0.1,\ -0.3\}$

1.5 LTI-suotimen askelvaste $s[n]$ saadaan, kun syötteenä on askelfunktio $\mu[n] = \{\ldots,\ 0,\ 0,\ \underline{1},\ 1,\ 1,\ \ldots\}$. Mitä voidaan sanoa kuvan 2(a) LTI-järjestelmän askelvasteesta?

(A) Askelvaste on $s[n] = \mu[n] - 2\mu[n-1] + \mu[n-2]$

(B) Askelvasteen arvo kohdassa $n = 14$ on $s[14] \approx -612000$ kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella

(C) Askelvaste $s[n]$ lähestyy asymptoottisesti nollaa isoilla n:n arvoilla

(D) Askelvaste $s[n]$ kasvaa rajatta isoilla n:n arvoilla

1.6 Digitaalisen FIR-suotimen määrittelyissä ("specifications") (vrt. kuva 2(b)) päästökaistalla sallitaan värähtely välillä $0.9 \ldots 1.1$, kun taas estokaistalla värähtely on välillä $-0.01 \ldots 0.01$ eli itseisarvoltaan pienempää kuin 0.01. Alipäästösuotimen normalisoitu rajakulmataajuus on $\omega_p = 0.25\pi$, kun näytteenottotaajuus on $f_T = 10000$ Hz.

Halutaan vertailla suodinta IIR-suotimeen, jonka määrittelyt on annettu x-akselilla taajuuksina (Hz) ja y-akselilla tehollisilla desibeliarvoilla: $\alpha_{max} \approx -20\log_{10}(1 - 2\delta_p)$ päästökaistan maksimivärähtelylle ja $\alpha_s = -20\log_{10}(\delta_s)$ estokaistan minimivaimennukselle. Kun FIR-vaatimukset muutetaan, saadaan mm.

(A) $\alpha_{max} \approx 1.9$ dB ja $\alpha_s \approx 20$ dB

(B) $\alpha_{max} \approx 3.0$ dB ja $f_p = 2500$ Hz

(C) $\alpha_s \approx 40$ dB ja $f_p = 1250$ Hz

(D) Suotimen asteluvuksi tulee 2

1.7 Tutkitaan kuvan 3(a) toisen asteen IIR-suodinta, jossa mukana kvantisointilohko Q ja siihen liittyvä kvantisointivirhettä muokkaava 1. asteen suodinlohko.

Kirjoitetaan apumuuttuja $w[n]$ ja korvataan lohko Q virhelähteellä $e[n]$ kuten kuvassa 3(b). Tästä voidaan kirjoittaa kaksi differenssiyhtälöä, toinen $y[n] = \ldots$ ja toinen $w[n] = \ldots$.

Näitä muokkaamalla saadaan suotimen ulostuloksi taajuustasossa

$$Y(z) = H_x(z) \cdot X(z) + H_e(z) \cdot E(z)$$

jossa $H_x(z)$ on varsinainen suotimen siirtofunktio ja $H_e(z)$ kvantisointivirhettä muokkaava siirtofunktio.

(A) Nämä ovat $H_x(z) = \frac{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1+1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{kz^{-1}}{1+1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}$

(B) Nämä ovat $H_x(z) = \frac{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1-1.7z^{-1}-0.72z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{1+kz^{-1}}{1-1.7z^{-1}-0.72z^{-2}}$

(C) Nämä ovat $H_x(z) = \frac{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1+1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{1+(k-1.8)z^{-1}+0.82z^{-2}}{1+1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}$

(D) Yksikään ylläolevista pareista ei ole oikein.

1.8 Jatketaan kohdasta 1.7. Oletetaan kvantisointivirhe valkoiseksi kohinaksi, jonka spektri $E(z) = 1$. Mikä on paras arvo k:lle, jotta kokonaiskohina $E_{\mathrm{TOT}}(z)$ siirtyy pois mielenkiintoiselta päästökaistalta.

(A) $k = -1$

(B) $k = 0$

(C) $k = 1$

(D) $k = 1.8$

1.9 Mitran kirjassa kerrotaan ja todistetaan tulos, jossa Butterworth-tyyppisen digitaalisen suotimen amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$ on koko kaistan $(0,\ \pi)$ osalta monotoninen (ei värähtelyjä). Tällöin N-asteisella alipäästösuotimella on nimittäjäpolynomissa N-kertainen juuri kohdassa $z = -1$.

Kuvan 4(a) 1. asteen Butterworth-suodin on laskettu ja piirretty Matlabin komennoilla `[B, A] = butter(1, 0.25); zplane(B, A);` ja vastaavasti 21. asteen suodin kuvassa 4(b) komennoilla `[B, A] = butter(21, 0.25); zplane(B, A);`. Tarkastellaan jälkimmäisen suotimen (kuvan 4(b)) napanollakuviota, jossa 21 nollaa on kohdan $z = -1$ ympärillä yllä mainitun vastaisesti.

(A) Teoria on väärässä, koska asteluvulla $N > 1$ nollat sijaitsevat todellisuudessa ympyräkaarella keskipisteenään $z = -1$ kuvan osoittamalla tavalla

(B) Mitra on väärässä, koska vasta kirjan julkaisun jälkeen ilmestyneet tieteelliset artikkelit ovat osoittaneet, että amplitudivaste ei ole monotoninen

(C) Matlab on väärässä, koska N-kertaisen juuren laskeminen polynomista on numeerisesti epätarkkaa

(D) Matlab on väärässä, koska sen `zplane`-piirtokomento ei pysty piirtämään moninkertaista nollakohtaa

1.10 Mitä alla olevalla toimivalla Matlab-koodinpätkällä voidaan tehdä?

```
[x, fT] = wavread('mysignal.wav');
y    = zeros(size(x));
wL   = 256; m = 0;
Z    = [zeros(33,1); ones(191,1); zeros(32,1)];
for k = 1 : wL : length(x)-wL
   m     = m + 1;
   tmpx  = x(k : k+wL-1);
   tmpxF = fft(tmpx);
```

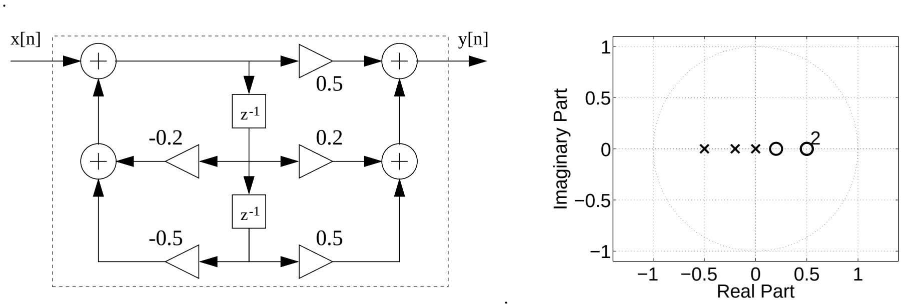
```
    tmpyF = tmpxF .* Z;
    y(k : k+wL-1) = real(ifft(tmpyF));
end;
```

(A) `for`-silmukassa muutetaan alkuperäisen signaalin näytteenottotaajuutta

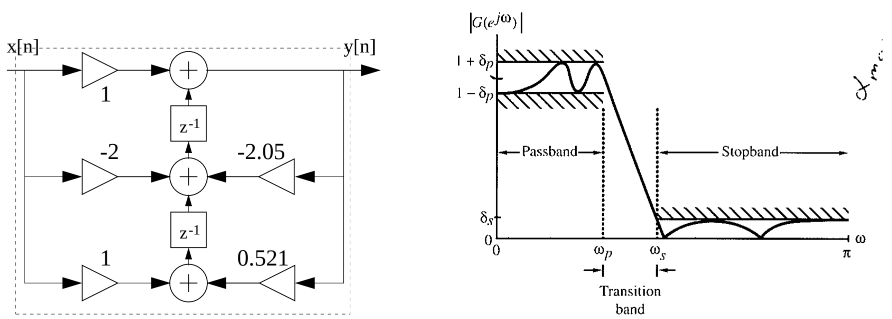
(B) Ylipäästösuodatetaan signaalia normalisoidulla rajakulmataajuudella $\omega_c \approx \pi/4$

(C) Alipäästösuodatetaan signaalia rajataajuudella $f_c \approx 33$ Hz

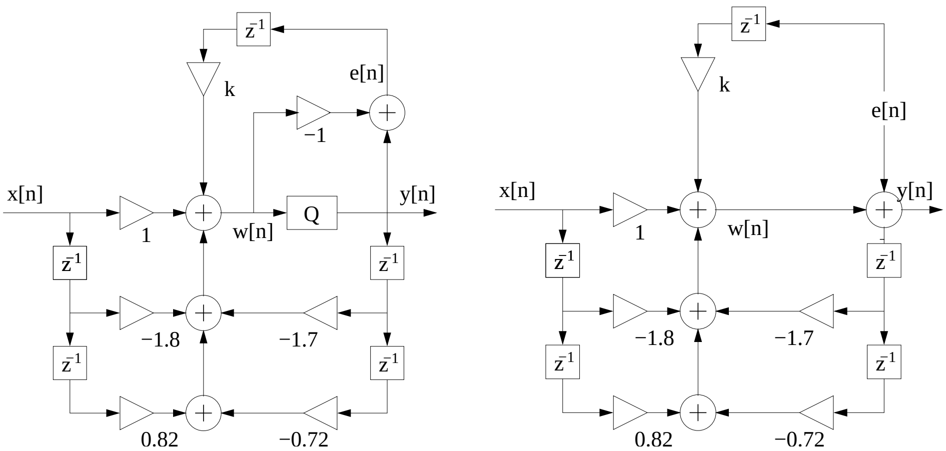
(D) Käännetään signaali `x` toisinpäin, jotta esimerkiksi puheääntä voisi kuunnella takaperin



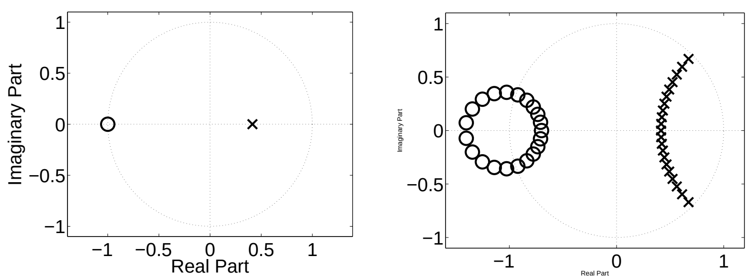
Kuva 1: Monivalintatehtävä 1.1: rakennekaavio ja vastausvaihtoehdon **(C)** napanollakuvio.



Kuva 2: Vasemmalla monivalintatehtävä 1.5:n rakennekaavio. Oikealla monivalintatehtävä 1.6:n vaatimusmäärittelyt.



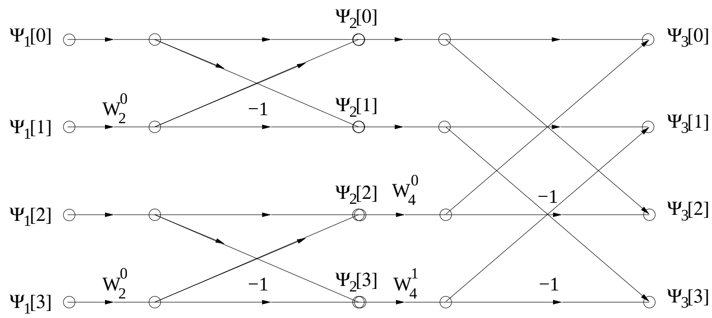
Kuva 3: Monivalintatehtävien 1.7 ja 1.8 2. asteen IIR-suodin 1. asteen kvantisointivirheen takaisinkytkennällä. Oikealla kvantisointilohko Q korvattu virhelähteellä $e[n]$.



Kuva 4: Monivalintatehtävä 1.9: 1. asteen ja 21. asteen alipäästösuotimien napanollakuviot.

2) (6p, **VÄLIKOE JA TENTTI**) Valitse **joko** 2A **tai** 2B.

2A) FFT-algoritmit. Yleisen selostuksen lisäksi voit käyttää esimerkkinä kirjassa/kalvoissa ja laskuharjoitusmateriaalissa esiteltyä "radix-2 DIT FFT" -algoritmia, josta annettuna kuvassa 5 laskennan eteneminen neljän pisteen rakenteessa, jolloin $r = 1,\ 2$ ja $l_r = 0, \ldots, 2^{r-1} - 1$. Katso taulukosta perhosyhtälöt ja W_N. Laske välivaiheittain muunnos jonolle $x[n] = 6\delta[n] + 1\delta[n-1] - 3\delta[n-2] + 1\delta[n-3]$.



Kuva 5: Tehtävä 2A. Virtauskaavio "radix-2 DIT FFT".

2B) Halutaan saada aikaan kaksi yksinkertaista alipäästösuodinta normalisoidulla rajakulmataajuudella $\omega_c = \pi/3$.

a) Toteuta 4. asteen digitaalinen suodin, jonka impulssivaste on

$$h_{\mathrm{FIR}}[n] = K \cdot \big(a\delta[n] + b\delta[n-1] + c\delta[n-2] + d\delta[n-3] + e\delta[n-4]\big)$$

jossa parametrit a, b, c, d ja e ovat sopivia reaalilukuja ja K vakio, jota ei tarvitse ratkaista. Kerro lyhyesti menetelmästäsi. Anna nämä luvut kahden merkitsevän luvun tarkkuudella, esim. $\pi \Rightarrow 3.1$.

b) Analoginen Butterworth-tyyppinen alipäästösuodin rajakulmataajuudella Ω_c on muotoa

$$H(s) = \frac{\Omega_c}{s + \Omega_c}$$

Toteuta tästä digitaalinen 1. asteen suodin muotoa

$$H(z) = K \cdot \frac{1 + fz^{-1}}{1 + gz^{-1}}$$

jossa vakiota K ei tarvitse ratkaista. Anna luvut f ja g.

3) (6p, **VAIN TENTTI**)

a) Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = 2\sin(0.2\pi n + 0.5\pi) - \cos(0.4\pi n + 0.25\pi) - 2\sin(0.5\pi n - \pi/2)$. Laske sekvenssin perusjakson pituus N_0.

b) Syötetään sekvenssi $x_1[n] = x[n]\,\mu[n]$, jossa $x[n]$ on a-kohdan sekvenssi, stabiiliin ja ei-kausaaliseen LTI-järjestelmään. Perustele LTI-järjestelmän ominaisuuksiin perustuen, mitä tiedämme ulostulosta $y[n]$?

4) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan LTI-järjestelmää, joka koostuu kolmesta alijärjestelmästä

$$\begin{aligned}
h_1[n] &= \delta[n-1] + \delta[n-2] \\
h_2[n] &= \delta[n-1] - 2\delta[n-2] + \delta[n-3] \\
h_3[n] &= \delta[n] - \delta[n-2] + \delta[n-4] - \delta[n-6]
\end{aligned}$$

kuvan 6 mukaisesti.

a) Selvitä koko suotimen siirtofunktio $H(z)$

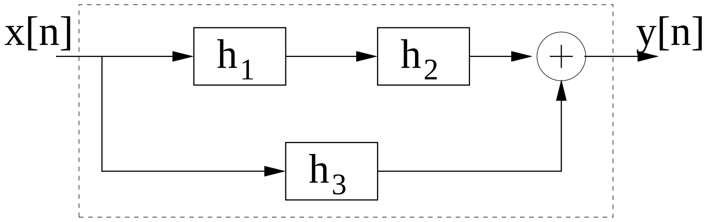
b) Jos suotimen ulostulo on $y[n] = \{1,\ 2,\ \underline{0},\ 2,\ -2,\ 1,\ -2,\ -2,\ 3,\ -3\}$, niin mikä on ollut järjestelmän sisääntulo $x[n]$?

5) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan LTI-järjestelmää kuvassa 7.

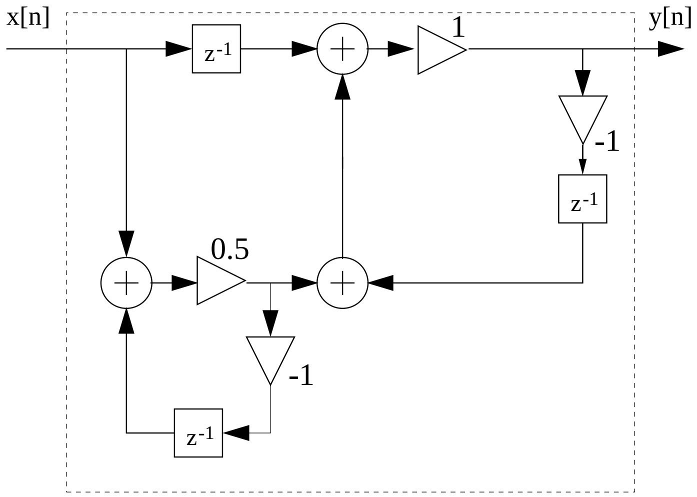
a) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z)$ yksinkertaisimmassa muodossaan

$$H(z) = K \cdot \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots}$$

jossa kerrointa K ei tarvitse ratkaista.



Kuva 6: Tehtävä 4. LTI-järjestelmä.



Kuva 7: Tehtävä 5. Suotimen rakennekaavio.

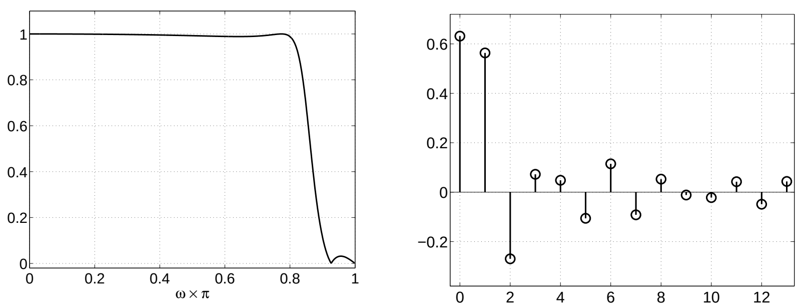
b) Piirrä suotimen lohkokaavio viiveiden suhteen kanonisena (yksinkertaisena) suora muoto II -rakenteena (“direct form II”).

c) Onko suodin alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / kokopäästö (“allpass”)? Perustele.

6) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan stabiilista ja kausaalista alipäästösuodinta $H(z)$, jonka päästökaista loppuu 4 kHz:ssa ja jonka näytteenottotaajuus on 10 kHz. Amplitudivaste on kuvassa 8(a) ja impulssivasteen $h[n]$ alkua kuvassa 8(b).

a) Ylösnäytteistä (“upsample”) suodinta termillä $L = 4$. Hahmottele sekä uusi amplitudivaste $H^{'}(z) = H(z^4)$ että impulssivaste $h^{'}[n] = h[n/4]$ ensimmäisten kymmenen arvon ajalta.

b) Lopullinen tarkoitus on saada suotimesta alipäästösuodin samoilla rajataajuuksilla 40 kHz:n näytteeottotaajuudella. Millä toimenpiteellä tähän päästään? Hahmottele amplitudivaste $|H^{''}(e^{j\omega})|$ ja impulssivaste $h^{''}[n]$ ensimmäisten kymmenen arvon ajalta tämän toimenpiteen jälkeen.



Kuva 8: Tehtävä 6. Vasemmalla suotimen amplitudivaste ja oikealla sitä vastaava impulssivaste.

7) (1p, **VÄLIKOE JA TENTTI**) Vastaa kurssipalautteeseen ke 8.5. - ma 19.5.2008, jonne on linkki kurssin WWW-pääsivulta ja jonka URL on `http://www.cis.hut.fi/Opinnot/T-61.3010/`. Tämä kysely kuuluu osana välikoesuoritukseen ja sen arvo on +1 pistettä. Myös tenttiin osallistujat saavat +1 pistettä kyselyyn osallistumisesta.