T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, la 10.3.2007 klo 10-13. Päärakennus. (UPDATED)

1. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 6.3. tai 10.3.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 varten.

Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen sekä **tehtävästä 1 palautetaan erillinen A4-lomake.** Tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää.

Kirjoita tehtävässä 2 **välivaiheet mukaan**.

1) (14 x 1p, max 12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta -0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

Näissä tehtävissä z-muunnoksissa mahdollisesti tarvittava suppenemisalue (ROC) valitaan aina uloimmaisen navan ulkopuoliseksi alueeksi.

1.1 LTI-suotimen taajuusvaste $H(e^{j\omega})$

(A) on reaaliarvoiselle impulssivasteelle $h[n]$ aina reaaliarvoinen

(B) on jaksollinen 2π:n (normalisoitu kulmataajuus) välein

(C) voidaan esittää amplitudivasteen ja vaihevasteen painotettuna summana

(D) esittää, mitä taajuuskomponentteja (kosineita) sisääntuleva sekvenssi sisältää

1.2 Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = \cos((\pi/8)n) + \cos((\pi/12)n)$. Mitä voidaan sanoa sekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjakso on $N_0 = 8$

(B) Perusjakso on $N_0 = 12$

(C) Perusjakso on $N_0 = 24$

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.3 Tutkitaan kompleksiarvoista sekvenssiä $x[n] = e^{j2\pi n/2007}$.

(A) Sekvenssi $x[n]$ on jaksollinen perusjaksolla $N_0 = 2\pi$.

(B) Reaaliosa luvusta $x[4321]$ on negatiivinen.

(C) Imaginääriosa luvusta $x[-4321]$ on negatiivinen.

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.4 LTI-suotimen impulssivaste on $h[n] = (-2)^n \mu[-2-n]$

(A) Suodin on kausaalinen

(B) Suodin on stabiili

(C) Suodin on FIR

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.5 Lukujonojen $x[n] = (-1)^{n-1}\mu[n-1]$ ja $y[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$ lineaarinen konvoluutio $z[n] = x[n] \circledast y[n]$

(A) $z[n]$ on 3 merkkiä pitkä

(B) $z[n]$:n ensimmäinen nollasta poikkeava arvo on kohdassa $n = -1$

(C) $z[2007] = -1/2007$

(D) $z[2007] = 0$

1.6 Tunnetaan LTI-järjestelmän sisääntulo $x[n] = 2\delta[n] + 4\delta[n-1] + \delta[n-2] + 5\delta[n-3]$ ja ulostulo $y[n] = 2\delta[n] + 4\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 9\delta[n-3] + \delta[n-4] + 5\delta[n-5]$.

(A) Suodin $h[n]$ on kaistanestosuodin

(B) Impulssivasteen $h[n]$ pituus on summa $x[n]$:n pituudesta ja $y[n]$:n pituudesta vähennettynä yhdellä

(C) Amplitudivasteen $|H(e^{j\omega})|$ maksimi on 1.

(D) Impulssivaste $h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 4\delta[n-2]$

1.7 Lasketaan impulssivasteen $h[n] = \delta[n-1] + 4\delta[n-2] - 2\delta[n-4] + \delta[n-5]$ ja syötteen $x[n] = \delta[n-1] - 0.84\delta[n-2] - 0.231\delta[n-3] + 0.72\delta[n-5] - \delta[n-6] + \delta[n-7]$ lineaarinen konvoluutio $y[n] = h[n] \circledast x[n]$.

(A) $y[n] = \{\underline{0},\ 1,\ 3.16,\ -3.591,\ -2.924,\ 3.4,\ 1.502,\ -3.231,\ 2.56,\ 2.72,\ -2,\ 1\}$

(B) $y[n] = \{\underline{0},\ 0,\ 1,\ 3.16,\ -5.591,\ 2.476,\ 1.502,\ -4.671,\ 6.72,\ -2,\ 1\}$

(C) $y[n] = \{\underline{0},\ 0,\ 1,\ 3.16,\ -3.591,\ -2.924,\ 3.4,\ 1.502,\ -3.231,\ 2.56,\ 2.72,\ -3,\ 1\}$

(D) $y[n] = \{\underline{0},\ 0,\ 1,\ 3.16,\ -3.591,\ -2.924,\ 3.4,\ 1.502,\ -3.231,\ 2.56,\ 2.72,\ -2,\ 1\}$

1.8 Jatkuva-aikaisen signaalin korkein taajuus on $f_h = 10$ kHz. Jotta näytteistyksessä ei synny vierastumista (aliasing)

(A) signaali suodatetaan sopivalla analogisella "anti-aliasing"-suotimella

(B) käytetään näytteistyksessä suurempaa näyteväliä kuin $T_s = 0.1$ ms

(C) käytetään näytteistyksessä suurempaa näyteväliä kuin $T_s = 0.05$ ms

(D) otetaan näytteitä suurimmalla näytteenottotaajuudella, jonka tavallisen PC:n äänikortti tarjoaa

1.9 Kuvassa 1 on analogisen reaalisen signaalin spektri $|X(j\Omega)|$. Kun sitä näytteistetään taajuudella 8192 Hz, niin

(A) näytteistyksessä ei tapahdu aliasoitumista

(B) 5 kHz:n komponentti laskostuu taajuudelle 3192 Hz

(C) 9 kHz:n komponentti laskostuu taajuudelle 808 Hz

(D) Sekvenssistä $x[n]$ voidaan palauttaa kaikki alkuperäiset taajuuskomponentit

1.10 Tutkitaan suodinta $H(z) = (1 - z^{-8})/(1 + 0.8z^{-8})$.

(A) Suotimen amplitudivaste on kuvassa 2(a), jossa x-akseli on ω/π

(B) Suotimen napanollakuvio on kuvassa 2(b)

(C) Suodin on 8. asteen FIR-suodin

(D) Impulssivaste $h[n]$ on yhdeksän merkkiä pitkä

1.11 LTI-järjestelmän ulostulon z-muunnos on

$$Y(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.81z^{-2}}$$

kun syötteen z-muunnos on $X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}$.

(A) Suodin on alipäästösuodin

(B) Suotimen vahvistus on nolla taajuuksilla $\omega = 0$ ja $\omega = \pi$

(C) Suotimen impulssivaste $h[n] = (0.9j)^n\mu[n]$, kun n on parillinen tai nolla, ja $h[n] = 0$, kun n on pariton

(D) Suotimen impulssivaste $h[n] = (-0.81)^{n-2}\mu[n-2]$

1.12 Tunnetaan kahden sekvenssin DFT-komponentit $X_1[k] = \{\underline{5},\ 1,\ 1,\ 1\}$ ja $X_2[k] = \{\underline{-1},\ 1,\ 3,\ 1\}$ sekä niitä vastaavat käänteiset diskreetit Fourier-muunnokset (IDFT) $x_1[n] = \{\underline{2},\ 1,\ 1,\ 1\}$ ja $x_2[n] = \{\underline{1},\ -1,\ 0,\ -1\}$. Laske $X_3[k] = X_1[k] + X_2[k]$ ja sille IDFT $x_3[n]$:

(A) $x_3[n] = \{\underline{3},\ 0,\ 1,\ 0\}$

(B) $x_3[n] = \{\underline{2},\ 0,\ 0,\ 7\}$

(C) $x_3[n] = \{\underline{1},\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.13 Lineaarisella ja aikainvariantilla 2. asteen FIR-suotimella on kaksinkertainen nollakohta kohdassa 0.5, toisin sanoen nollat $z_{1,2} = 0.5$.

(A) Suodin on liikkuva kahden pisteen keskiarvoistava suodin (MA-2, "moving average")

(B) Suotimen kertoimet ovat kompleksiarvoisia

(C) Suotimen impulssivaste on äärettömän pitkä

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.14 Generoidaan Matlabilla lukujono $x[n]$ käyttäen näytteenottotaajuutta 8000 Hz. Kun jono soitetaan kaiuttimista / kuulokkeista, mikä vaihtoehto tuottaa kovimman kuultavan sinimäisen piip-äänen? Vaihtoehdoissa luodaan siis sinimuotoinen lukujono $x[n] = A \cdot \cos(\omega_0 n + \theta)$ tietyllä amplitudilla A, normalisoidulla kulmataajuudella ω_0 ja vaihesiirrolla θ. Funktio `ones` palauttaa ykkösistä koostuvan rivivektorin, esimerkiksi `ones(1,3)` antaa kolme ykköstä.

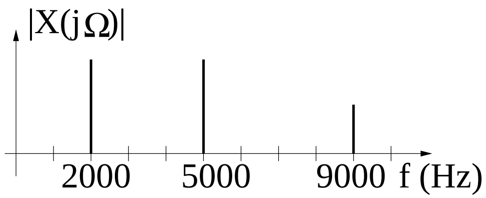
```
n = [0 : 8000];
% tälle riville jokin vastauksista (A), (B), (C) tai (D)
soundsc(x, 8000);   % soitetaan kaiuttimista fs = 8000 Hz
```

(A) `x = 0.8 * ones(1, length(n)); % -> [1000 1000 ... 1000 1000]`

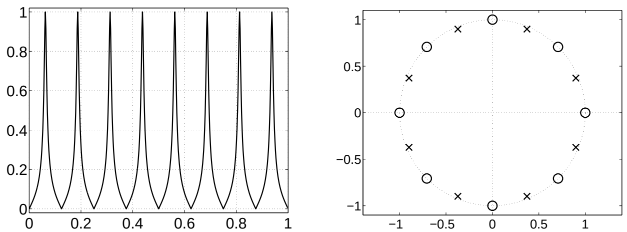
(B) `x = 0.1 * cos(0.4 * pi * n + pi/4)`

(C) `x = -0.2 * cos(2 * pi * n)`

(D) `x = 0.5 * cos(0.000125 * pi * n)`



Kuva 1: Monivalintatehtävän 1.9 kuva



Kuva 2: Monivalintatehtävän 1.10 kuvia: (a), (b)

2) Tutkitaan kuvan 3 mukaista suodinta, joka koostuu kahdesta LTI-järjestelmästä H_1 ja H_2 sekä skaalaustermistä K.

a) Olkoon suodin H_1 stabiili ja kausaalinen

$$H_1(z) = \frac{1}{1 - 0.8z^{-1}}$$

Piirrä $H_1(z)$:n napanollakuvio, hahmottele sen amplitudivaste välillä $\omega \in (-\pi \ldots + \pi]$ ja kirjoita impulssivaste $h_1[n]$.

b) Spektriä voi siirtää taajuusalueessa, jolloin voidaan käyttää taulukon kaavaa $H(e^{j(\omega-\omega_0)}) \leftrightarrow e^{j\omega_0 n}h[n]$. Siirrä H_1:ä π:n verran:

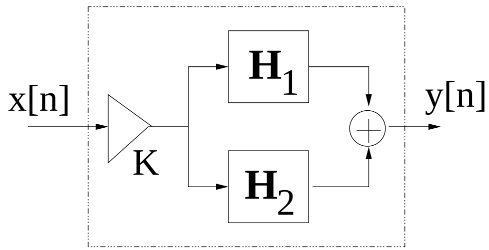
$$H_2(e^{j\omega}) = H_1(e^{j(\omega-\pi)})$$

jolloin esimerkiksi H_1:n nollataajuus on siis H_2:n kohdassa π. Kirjoita sekä taajuusvasteen $H_2(e^{j\omega})$ että impulssivasteen $h_2[n]$ lausekkeet. Laske impulssivasteen kolme ensimmäistä nollasta poikkeavaa arvoa $h_2[0]$, $h_2[1]$ ja $h_2[2]$.

c) Muodosta nyt suodin $H(z)$ kuten kuvassa 3. Kirjoita $H(z)$ muodossa

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

kun kerroin K on valittu niin, että suotimen maksimivahvistus on 1 ja kertoimet b_i ja $a_i \in \mathbb{R}$. Laske, paljonko $\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[2k+1]$ on. Minkä tyyppinen suodin $H(z)$ on: alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto?



Kuva 3: Tehtävä 2: LTI-suotimen lohkokaavio $H(z)$, joka koostuu LTI-osajärjestelmistä $H_1(z)$ ja $H_2(z)$ sekä kertoimesta K.