T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, ti 6.3.2007 klo 12-15. Salit B (A-M), M (N-Ö, non-Finnish).

1. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 6.3. tai 10.3.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 varten.

Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen sekä **tehtävästä 1 palautetaan erillinen A4-lomake.** Tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää.

Kirjoita tehtävässä 2 **välivaiheet mukaan**.

1) (14 x 1p, max 12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

Näissä tehtävissä z-muunnoksissa mahdollisesti tarvittava suppenemisalue (ROC) valitaan aina uloimmaisen navan ulkopuoliseksi alueeksi.

1.1 LTI-suotimen impulssivaste $h[n]$:

(A) summa $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]|$ suppenee aina

(B) saadaan selville syöttämällä $\delta[n]$ sisään järjestelmään ja lukemalla ulostulo, joka tällöin on $h[n]$

(C) jos arvot $|h[n]| \neq 0$ pysyvät rajoitetun suuruisina (pienempänä kuin äärellinen raja-arvo B_h), kun $n \in -\infty \ldots \infty$, niin kyseessä on FIR-suodin

(D) Saadaan selville amplitudivasteen $|H(e^{j\omega})|$ Fourier-käänteismuunnoksesta

1.2 Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$, jossa osasekvenssien perusjaksot ovat $N_1 = 4$, $N_2 = 6$ ja $N_3 = 8$. Mitä voidaan sanoa sekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjakso on $N_0 = 2$

(B) Perusjakso on $N_0 = 24$

(C) Perusjakso on $N_0 = 192$

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.3 Olkoon signaalina kahden sinusoidin summa $x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) - A_2 \sin(2\pi f_2 t)$. Tutkitaan tapausta, jossa $A_1 = A_2 \neq 0$, ja $f_1 = f_2 \neq 0$ sekä kaikki mainitut kertoimet ovat reaalisia. Nyt summasignaalista $x(t)$ voidaan sanoa:

(A) $x(t) = 0$ kaikilla t:n arvoilla

(B) $x(t) = A_3 \cos(2\pi f_3 t + \theta_3)$, jossa $A_3 \neq 0$, $f_3 = f_1 = f_2$ ja θ_3 joku vakio.

(C) $x(t)$ on kompleksiarvoinen

(D) $x(t)$:n spektri koostuu kolmion muotoisesta spektristä, jonka päät ovat taajuuksilla $-f_1$ ja $+f_1$ Hz.

1.4 LTI-suotimen impulssivaste on $h[n] = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-6k] + \delta[n-5k]\right) \cdot \mu[5-n]$

(A) Suodin on kausaalinen

(B) Suodin on stabiili

(C) Suodin on FIR

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.5 Lukujonojen $x[n] = \{\underline{1},\ 2,\ -3\}$ ja $y[n] = \{\underline{0},\ 1,\ -2,\ 1\}$ lineaarinen konvoluutio $z[n] = x[n] \circledast y[n]$:

(A) $z[n]$ on 6 merkkiä pitkä sekvenssi (rajoina vasemmalla ensimmäinen nollasta poikkeava ja oikealla viimeinen nollasta poikkeava)

(B) $z[n]$:n ensimmäinen nollasta poikkeava arvo on kohdassa $n = -1$

(C) $z[n] = \{\underline{0},\ 2,\ 6\}$

(D) $z[n] = \delta[n-1] - 6\delta[n-3] + 8\delta[n-4] - 3\delta[n-5]$

1.6 Tunnetaan LTI-järjestelmän sisääntulo $x[n] = 2\delta[n] + 4\delta[n-1] + \delta[n-2]$ ja ulostulo $y[n] = 0.5\delta[n] + 1.5\delta[n-1] + 1.75\delta[n-2] + 1.75\delta[n-3] + 1.25\delta[n-4] + 0.25\delta[n-5]$.

(A) Suodin $h[n]$ on kahden pisteen keskiarvoistava suodin

(B) Suotimen asteluku on 4

(C) Suotimen amplitudivasteen maksimivahvistus on 0.25

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.7 Kuvassa 1 on neljä LTI-alijärjestelmää $h_1[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$, $h_2[n] = \delta[n-1] + \delta[n-2]$, $h_3[n] = \delta[n] + \delta[n-2]$ ja $h_4[n] = \delta[n-1] - \delta[n-2]$ muodostaen koko järjestelmän impulssivasteen $h[n]$.

(A) Koko järjestelmän impulssivaste on $h[n] = \delta[n] + 3\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + \delta[n-3]$

(B) Koko järjestelmän $H(z)$ asteluku on 3

(C) Koko järjestelmän $H(z)$ kaikki navat sijaitsevat origossa

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.8 Digitaalisen sekvenssin spektrissä on piikit kohdissa $\omega = 0.2\pi$ ja $\omega = 0.5\pi$ kuten kuvassa 2. Sekvenssi on saatu näytteistämällä jatkuvaa signaalia $x(t)$ näytteenottotaajuudella 1000 Hz. Tällöin alkuperäinen $x(t)$ on voinut olla:

(A) $x(t) = \cos(2\pi \cdot 200 \cdot t + \pi/8) + \cos(2\pi \cdot 500 \cdot t - \pi/6)$

(B) $x(t) = 0.01 \cos(2\pi \cdot 100 \cdot t) + 100 \cos(2\pi \cdot 750 \cdot t)$

(C) $x(t) = 10 \cos(2\pi \cdot 1250 \cdot t) + 10 \cos(2\pi \cdot 1600 \cdot t)$

(D) $x(t) = \cos(2\pi \cdot 100 \cdot t - 0.132) - \sin(2\pi \cdot 1250 \cdot t)$

1.9 Katso jatkuva-aikaisen reaalisen signaalin spektriä $|X(j\Omega)|$ kuvan 3 ylärivillä. Näytteistetään taajuudella $f_s = 10$ kHz. Sekvenssin $x[n]$ spektri on kuvan 3 alarivin

(A) (a)

(B) (b)

(C) (c)

(D) (d)

1.10 Siirtofunktio $H(z) = [1 - 0.2z^{-1} + z^{-2}]/[1 - 0.9z^{-2}]$.

(A) Differenssiyhtälö on $y[n] - 0.2y[n-1] + y[n-2] = x[n] - 0.9x[n-2]$

(B) Suotimen asteluku on neljä

(C) Impulssivaste voidaan laskea rekursiivisesti $h[n] = \delta[n] - 0.2\delta[n-1] + \delta[n-2] + 0.9h[n-2]$

(D) Suotimen amplitudivaste on kuvassa 4, jossa x-akselilla on ω/π

1.11 Suotimen impulssivaste on $h[n] = (-0.8)^n \mu[n]$ ja ulostulo $y[n] = 2 \cdot (-0.8)^n \mu[n] - (-0.4)^n \mu[n]$.

(A) Syötesekvenssi on $x[n] = 2\delta[n] - (0.5)^n \mu[n]$

(B) Syötesekvenssi on $x[n] = (-0.4)^n \mu[n]$

(C) Suodin keskiarvoistaa syötettä

(D) Suodin on sekä epästabiili että ei-kausaalinen

1.12 Lukujonon $x_1[n] = \{\underline{2},\ 0,\ 0,\ 7\}$ diskreetti Fourier-muunnos (DFT) on $X_1[k] = \{\underline{9},\ 2+7j,\ -5,\ 2-7j\}$. Mikä on "kahdella viivästetyn" lukujonon $x_2[n] = x_1[< n-2 >_4] = \{\underline{0},\ 7,\ 2,\ 0\}$ DFT $X_2[k]$? Vinkki: taulukko ja/tai $x[< n-n_0 >_N] \leftrightarrow W_N^{n_0 \cdot k} \cdot X[k]$, jossa $< . >_N$ on modulo N.

(A) $X_2[k] = \{\underline{-9},\ -2-7j,\ 5,\ -2+7j\}$

(B) $X_2[k] = \{\underline{9},\ -2-7j,\ -5,\ -2+7j\}$

(C) $X_2[k] = \{\underline{5},\ -2-7j,\ -9,\ -2+7j\}$

(D) $X_2[k] = \{\underline{-5},\ 2-7j,\ 9,\ 2+7j\}$

1.13 Mikä on sekvenssin $x[n] = \delta[n+3] + \delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n] + \delta[n-1]$ diskreettiaikainen Fourier-muunnos $X(e^{j\omega})$? Vinkki: taulukko.

(A) $X(e^{j\omega}) = e^{-j3\omega} + e^{-j2\omega} + e^{-j\omega} + 1 + e^{j\omega}$

(B) $X(e^{j\omega}) = e^{-j\omega n} \cdot \frac{\cos(2.5\omega)}{\cos(0.5\omega)}$

(C) $X(e^{j\omega}) = e^{j\omega} \cdot \frac{\sin(2.5\omega)}{\sin(0.5\omega)}$

(D) Yksikään ylläolevista ei ole oikein

1.14 Tutkitaan signaalinäytettä $x[n]$, joka luetaan Matlabin pystyvektoriin `x` tiedostosta `nayte.wav`. Vektorin `x` koko on `44100 x 1`. Signaalin näytteenottotaajuus $f_s = 22050$ Hz. Funktio `zeros` palauttaa nollia, esimerkiksi `zeros(4,1)` palauttaa pystyvektorin, jossa on neljä nollaa.

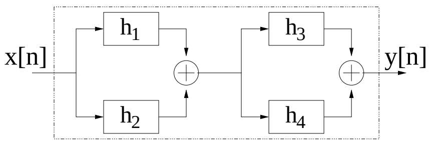
```
[x, fs] = wavread('nayte.wav');
y1 =       [x; zeros(4410,1)];
y2 = 0.7 * [zeros(2205,1); x; zeros(2205,1)];
y3 = 0.4 * [zeros(4410,1); x];
y  = y1 + y2 + y3;
```

(A) Ulostulo $y[n]$:n pituus on noin 0.5 sekuntia.

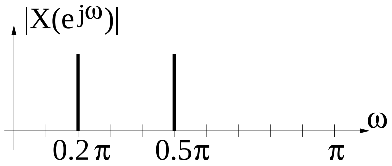
(B) Ulostulo $y[n]$ voitaisiin laskea sisääntulon $x[n]$ ja impulssivasteen $h[n]$ konvoluutiona, jossa $h[0] = 1$, $h[2205] = 0.7$ ja $h[4410] = 0.4$ sekä $h[k] = 0$ muulloin

(C) Ulostulosta $y[n]$ ovat korkeataajuiset kohinakomponentit vaimentuneet

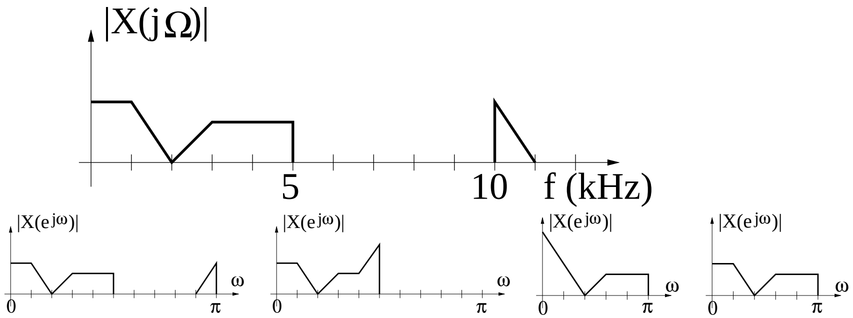
(D) Vastaavalla menetelmällä voi luoda erilaisia "kaikuefektejä"



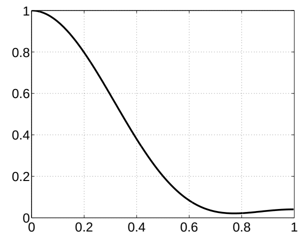
Kuva 1: Monivalintatehtävän 1.7 kuva



Kuva 2: Monivalintatehtävän 1.8 kuva



Kuva 3: Monivalintatehtävän 1.9 kuvia. Ylärivi: jatkuva $X(j\Omega)$, alarivi: vaihtoehdot **(A)** , **(B)** , **(C)** , **(D)**



Kuva 4: Monivalintatehtävän 1.10 kuva

2) (6p) Kuvitellaan tilanne, jossa ihmistä haastatellaan meluisessa ulkotilassa ja ääni talletetaan digitaaliseen muotoon esimerkiksi kannettavalle tietokoneelle. Taustalla oleva kapeataajuuksinen häiriölähde aiheuttaa häiriötä äänitykseen. Korjataan tilannetta digitaalisesti jälkikäteen vaimentamalla taajuuskomponentteja häiriön taajuuksilta.

a) Mikä on sopiva näytteenottotaajuus puhetta taltioitaessa? Mitä asioita haastattelijan tulisi ottaa huomioon haastattelutilanteessa, jotta häiriön osuus olisi mahdollisimman pieni suhteessa puheääneen?

b) Oletetaan, että häiriölähde on tuottanut puhdasta sinisignaalia normalisoidulla kulmataajuudella ω_r. Suodatetaan signaalia suotimella

$$H(z) = \frac{(1 - e^{j\omega_r} z^{-1}) \cdot (1 - e^{-j\omega_r} z^{-1})}{(1 - c \cdot e^{j\omega_r} z^{-1}) \cdot (1 - c \cdot e^{-j\omega_r} z^{-1})}$$

jossa c valitaan sopivasti väliltä $0 < c < 1$. Kirjoita suotimen siirtofunktio muodossa

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

kun $\omega_r = 3\pi/4$ ja $c = 0.9$ sekä kertoimet b_i ja $a_i \in \mathbb{R}$. Piirrä napanollakuvio ja hahmottele suotimen amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$. Vinkki: taulukko "trigonometric functions".

c) Miten c:n muuttaminen välillä $0 < c < 1$ vaikuttaa suotimen suodatusominaisuuksiin? Perustele.

d) Oletetaan, että häiriö ei ole jatkuva vaan ajan mukana epäsäännöllisesti ilmentyvä ja että taajuus vaihtelee jossain (pienehköissä) rajoissa ω_{r1} ja ω_{r2}:n välissä. Pohdi, millaisia muutoksia yksinkertaiseen toteutukseen (b) joutuisit tekemään?