

T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti. Ke 19.5.2010 klo 15-18. Salit D, E.

2. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 10.5. tai 19.5. Tee välikokeessa tehtävät 1, 2 ja 8 (palaute).

Tentti on oikeus tehdä vain kerran joko 10.5. tai 19.5. Tee tentissä tehtävät 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 (palaute). Aloita kukin tehtävä uudelta sivulta.

Tilaisuudessa ei saa olla oma funktiolaskinta eikä taulukkokirjaa. Jaossa on kurssin taulukkomoniste. Tehtävää 1 (välikoe) varten on erillinen vastauslomake.

Palautusohjeet:

- esitä opiskelijakorttisi palautuksen yhteydessä
- jos välikoe: tehtävän 1 vastauslomake ("rasti ruutuun") omaan pinoon **"VK2-MONIVALINTA"**, täytettävä vähintään opiskelijanumero **JA** tehtävän 2 vastauskonsepti omaan pinoon **"VK2-KONSEPTI"**, täytettävä vähintään konseptin ylälaian tiedot
- jos tentti: kaikki vastauskonseptit sisäkkäin omaan pinoon **"TENTTI"**
- suttupaperit omaan pinoon **"SUTTU"**
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

1) (10 x 1p, 0-9 p, **VAIN VÄLIKOE**) Monivalinta. Väittämissä on 1–4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi**. Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti. **Mustaa ruudut**, hailakka rasti voi jäädä lukematta.

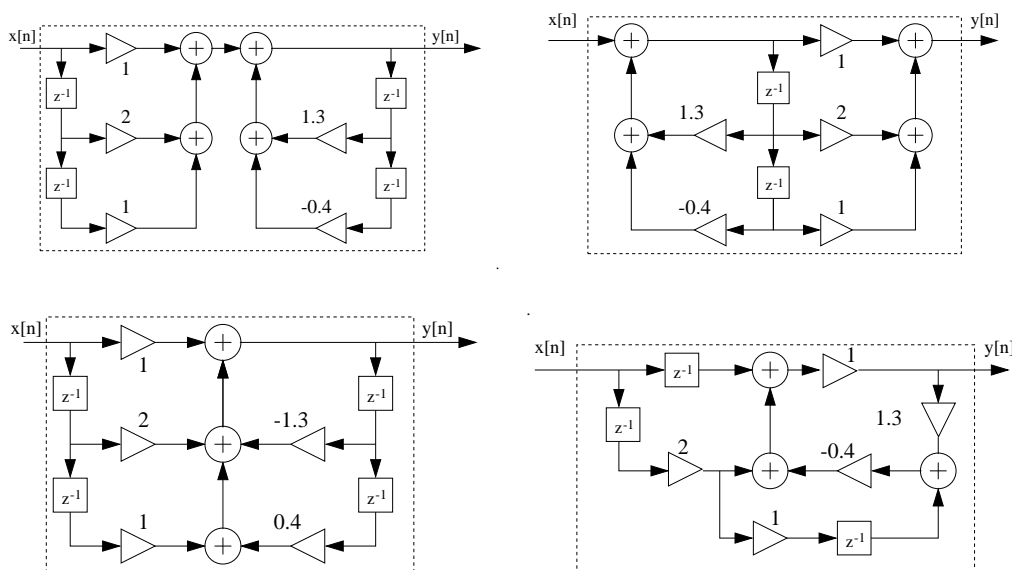
Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

1.1 Kausaalinen ja stabiili LTI-suodin

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.3z^{-1} + 0.4z^{-2}}$$

on esitetty viiveiden suhteen kanonisessa (yksinkertaisessa) suoran muodon II ("direct form II") -rakenteena

- (A) kuvassa 1(a).
 (B) kuvassa 1(b).
 (C) kuvassa 1(c).
 (D) kuvassa 1(d).

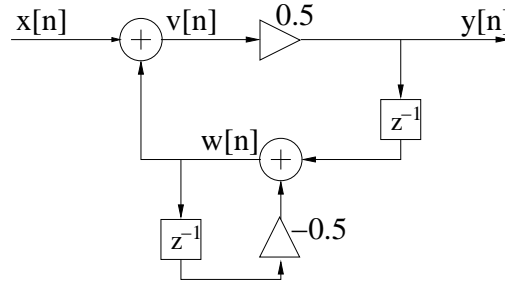


Kuva 1: Monivalintatehtävän 1.1 rakenteet, ylärivissä (A) ja (B) , alarivissä (C) ja (D) .

1.2 Tutkitaan digitaalista LTI-järjestelmää kuvassa 2, jossa mukana apumuuttujat $v[n]$ ja $w[n]$ ja kaksi kerrointa ovat 0.5 ja -0.5 . Näiden avulla saadaan yhtälöryhmä

$$\begin{aligned} v[n] &= x[n] + w[n] \\ w[n] &= -0.5w[n-1] + y[n-1] \\ y[n] &= 0.5v[n] \end{aligned}$$

- (A) Koska suodin on piirretty suora muoto I -rakenteena (“direct form I”), nähdään sen asteluvun olevan kaksi
 (B) Muokattaessa suodin suoran muodon (“direct form”) esitykseen havaitaan sen olevan ensimmäisen asteen FIR-suodin
 (C) Kuvan rakenne on kanoninen viiveiden suhteen
 (D) Suotimen impulssivasteen arvot ovat $h[n] = \{0.5, 0.25, 0.125, 0.0625, \dots\}$



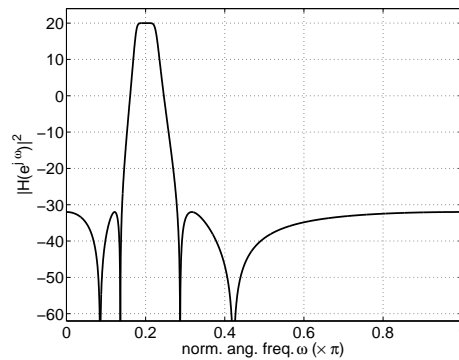
Kuva 2: Monivalintatehtävän 1.2 suodinrakenne.

1.3 LTI-suotimen $H(z)$ neliöllinen magnitudivaste $|H(e^{j\omega})|^2$ on esitetty kuvassa 3. Sen maksimi on 20 dB, joka saadaan kaavasta

$$10 \cdot \log_{10}\left(\frac{H_{max}^2}{H_1^2}\right) = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{H_{max}}{H_1}\right) = 20 \text{ dB}$$

jossa $H_1 = 1$. Mikä on vahvistuksen/vaimennuksen K arvo, jotta maksimivahvistus $\max\{K \cdot H(z)\} = 1$ eli 0 dB?

- (A) $K = 1/\infty$
 (B) $K = 0.1$
 (C) $K = 5/\pi$
 (D) $K = 10$



Kuva 3: Monivalintatehtävän 1.3 $|H(e^{j\omega})|^2$

1.4 Suodinsuunnittelun yhtenä peruseriaatteena voidaan pitää

- (A) Analysoidaan suotimen $H(z)$ toimintaa monesta eri näkökulmasta, jotta voidaan varmistua, onko suodin stabiili vai ei
 (B) Suotimen $H(z)$ kertoimet lasketaan siten, että magnitudivaste nipin napin toteuttaa annetut vaatimukset
 (C) Arvioidaan ensin suotimen asteluku tietokoneavusteisesti (esim. Matlab), lisätään astelukuun pieni määrä (+2 tai +4) jotta varmistutaan, ettei suotimen kertoimet kvantisoidu, ja sitten tietokoneavusteisesti lasketaan varsinaiset kertoimet $H(z) = B(z)/A(z)$
 (D) Sijoitetaan haluttu määrä nollia d_m ja napoja p_n napanollakuvioon ja lasketaan $H(z)$:n kertoimet tietokoneavusteisesti muodosta

$$H(z) = G \cdot \frac{\prod_{m=1}^M (1 - d_m z^{-1})}{\prod_{n=1}^N (1 - p_n z^{-1})}$$

1.5 Bilineaarimuunnos on yksi-yhteen-kuvaus (bijektio) s -tason (analoginen suodin) ja z -tason (digitaalinen suodin) välillä. Olkoon valittuna näyteväli $T = 2$, jolloin muunnos ja sen käänteisoperaatio ovat

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad z = \frac{1 + s}{1 - s}$$

Tarkastellaan s -tason pisteitä $s = \sigma_0 + j\Omega_0$, jolloin

$$z = \frac{1 + (\sigma_0 + j\Omega_0)}{1 - (\sigma_0 + j\Omega_0)} = \frac{(1 + \sigma_0) + j\Omega_0}{(1 - \sigma_0) + j\Omega_0}$$

$$\Rightarrow |z|^2 = \frac{(1 + \sigma_0)^2 + (\Omega_0)^2}{(1 - \sigma_0)^2 + (\Omega_0)^2}$$

(A) Jos s -tason kaikki navat s_i ovat vasemmassa puolitasossa, niin kaikki vastaavat digitaalisen suotimen navat z_i ovat myös vasemmassa puolitasossa z -tasossa

(B) Jos s -tason navan reaaliosta $\sigma_0 = 0$, niin tällöin napa kuvautuu z -tasossa aina samaan pisteeseen $z = 1$ riippumatta Ω_0 :n arvosta

(C) Jos s -tason navan reaaliosta $\sigma_0 < 0$, niin napa kuvautuu z -tasoon 1-säteisen ympyrän sisäpuolelle

(D) Jos s -tason kaikki navat s_i ovat oikeassa puolitasossa, niin kaikki vastaavat digitaalisen suotimen navat z_i ovat aidosti yksikköympyrän sisällä z -tasossa

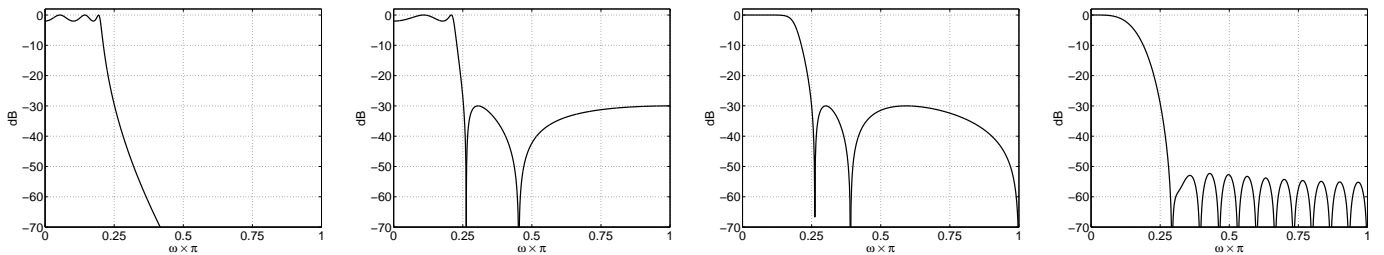
1.6 Komennolla `[B, A] = cheby2(5, 30, 0.25);` saadaan Chebychev II -tyyppinen digitaalinen suodin, jonka asteluku on $N = 5$, estokaistan minimivaimennus 30 desibeliä ja estokaistan rajataajuus $\omega_{\text{stop}} = 0.25\pi$. Suotimen magnitudivasteen kuvaaja on

(A) kuvassa 4(a)

(B) kuvassa 4(b)

(C) kuvassa 4(c)

(D) kuvassa 4(d)



Kuva 4: Monivalintatehtävän 1.6 magnitudivasteet (A) , (B) , (C) ja (D) .

1.7 Ideaalisen ylipäästösuotimen ($H_{\text{HP}}(z) = 1 - H_{\text{LP}}(z)$) impulssivaste on

$$h_{\text{d,HP}}[n] = \delta[n] - h_{\text{d,LP}}[n]$$

$$\approx \{ \dots, 0.0121, -0.1391, \underline{0.3}, -0.1391, 0.0121, \dots \}$$

$$h_{\text{d,LP}}[n] = (\omega_c/\pi) \cdot \text{sinc}(\omega_c n/\pi)$$

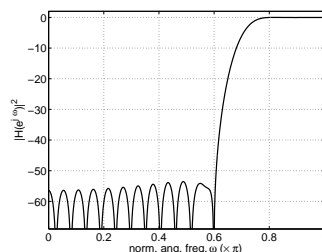
ja Hamming-ikkunafunktion arvot $w_{\text{Hamming}}[n] = \{0.08, 0.54, \underline{1}, 0.54, 0.08\}$. Toteutetaan suodin ikkunamenetelmällä ("window method") ja viivästetään suodin kausaaliseksi.

(A) Ylipäästösuotimen siirtofunktioksi tulee $H(z) = 0.08 + 0.54z^{-1} + z^{-2} + 0.54z^{-3} + 0.08z^{-4}$

(B) Ylipäästösuotimen vaihevaste on lineaarinen

(C) Ylipäästösuotimen rajataajuus on $\omega_c = 0.3\pi$

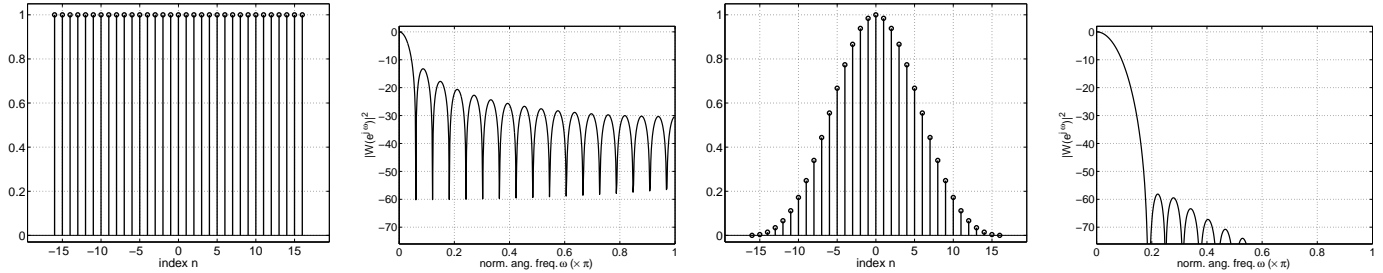
(D) Ylipäästösuotimen magnitudivaste $|H(e^{j\omega})|^2$ on kuvassa 5.



Kuva 5: Monivalintatehtävä 1.7: (D) $|H(e^{j\omega})|^2$

1.8 Sekvenssin katkaisuun äärellisen pituiseksi voidaan käyttää ikkunafunktiota. Kuvassa 6 on esitetty $N = 33$ ($M = 16$, $-M \leq n \leq M$) pituinen suorakulmainen ikkuna ja Blackman-ikkuna aika- ja taajuustasossa. Katkaisun jälkeen sekvenssistä lasketaan Fourier-muunnos spektrin aikaansaamiseksi.

- (A) Blackman-ikkunan leveämpi pääkupu (“main lobe”) huonontaa signaalin läheikkäin olevien taajuuskomponenttien erotuskykyä verrattuna suorakulmaiseen ikkunaan
 (B) Blackman-ikkuna vaimentaa katkaistun sekvenssin $x[n]$ ensimmäisiä ja viimeisiä arvoja niin, etteivät amplitudiltaan heikot taajuuskomponentit erotu spektrissä yhtä hyvin kuin suorakulmaisella ikkunalla
 (C) Blackman-ikkunan suurempi vaimennus sivukuvuissa (“side lobe”) aiheuttaa sen, etteivät amplitudiltaan heikot taajuuskomponentit erotu spektrissä yhtä hyvin kuin suorakulmaisella ikkunalla
 (D) Blackman-ikkuna muokkaa katkaistua sekvenssiä $x[n]$ niin, että sen taajuuskomponentit siirtyvät keskimäärin kaksi kertaa korkeammille taajuuksille kuin alkuperäisessä katkaisemattomassa signaalissa



Kuva 6: Monivalintatehtävä 1.8: (a) suorakulmainen ikkuna $w_r[n]$ ja (b) magnitudivaste $|W_r(e^{j\omega})|^2$, (c) Blackman-ikkuna $w_b[n]$ ja (d) magnitudivaste $|W_b(e^{j\omega})|^2$.

1.9 Jaksollinen lukujono ($N_0 = 6$) $x[n] = \{\dots, 8, 3, 4, 2, 9, -1, \dots\}$ laitetaan digitaalijärjestelmään $x[n] \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow \boxed{\uparrow 2} \rightarrow y[n]$. Mitä tulee ulos?

- (A) sama jono $y[n] = x[n]$
 (B) puolta lyhyempi jono $y[n]$
 (C) $y[n] = \{\dots, 8, 0, 4, 0, 9, 0, \dots\}$
 (D) $y[n] = 2x[n]$

1.10 Ajat Matlabissa itse kirjoittamaasi koodia ensimmäisen kerran makro- eli skriptitiedostosta `myFunc1.m`, jonka ensimmäiset rivit ovat:

```
1 [x, fT] = wavread('kiisseli.wav');
2 M      = length(x);
3 N      = 512;
4 overlap = 128;
5 D      = zeros(ceil(M/N), 3);
6 for k = (1 : N-overlap : M-N)
7     ind    = ind+1;
8     D(ind,1) = sum(abs(fft(x(k : k+N-1) .* hamming(N))));
```

Ajo keskeytyy virheilmoitukseen, joka tulee komentoikkunaan “Command window”:

```
??? Undefined function or variable 'ind'.
```

```
Error in ==> myFunc1 at 7
      ind = ind+1;
```

Mikä on parhain toimintaehdotus ongelmaan:

- (A) Tallennat auki olevat tiedostot, lopetat Matlabin ja käynnistät sen uudelleen. Ajat `myFunc1.m` koodin uudestaan
 (B) Syötät komentoikkunan riville komennon `ind = 0;` ja ajat koodin läpi
 (C) Tuplaklikkaat komentoikkunan virheilmoitusta ja pääset editoriin kyseiselle riville 7. Poistat koko rivin 7, joka aiheutti virheilmoituksen
 (D) Lisäät editorissa koodiin ennen riviä 6 alustuksen `ind = 0;`

2) (6p, **VÄLIKOE**) Kirjoita tenttiessee jommasta kummasta aiheesta 2A tai 2B.

2A) **VAIHTOEHTO A.** FFT-algoritmit. Yleisen selostuksen lisäksi voit käyttää esimerkkinä kirjassa/kalvoissa ja laskeharjoitusmateriaalissa esiteltyä “radix-2 DIT FFT” -algoritmia, jonka perhosyhtälöt ja W_N taulukossa. Laske välivaiheittain FFT-muunnos ainakin jonolle ($N = 4$) $x[n] = 5\delta[n] - 2\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + \delta[n-3]$.

2B) **VAIHTOEHTO B.** Äärellisestä sananpituudesta aiheutuvien seurausten analysointi.

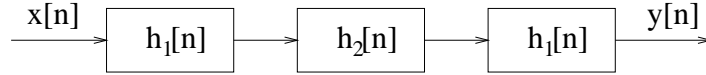
- 3) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan kolmen LTI-järjestelmän sarjaankytkentää kuvassa 7. Tiedetään, että

$$\begin{aligned} h_1[n] &= \delta[n-1] - \delta[n-2] \\ h_2[n] &= \delta[n+1] + 2\delta[n] - \delta[n-1] \end{aligned}$$

- a) Mikä on koko suotimen $h[n]$ impulssivaste? Muista näyttää tarvittavat välivaiheet!
b) Kun ulostulona järjestelmästä $h[n]$ on sekvenssi

$$y[n] = -\delta[n+1] + 6\delta[n-1] - 4\delta[n-2] - 7\delta[n-3] + 8\delta[n-4] - 2\delta[n-5]$$

niin mikä on ollut syöte $x[n]$?

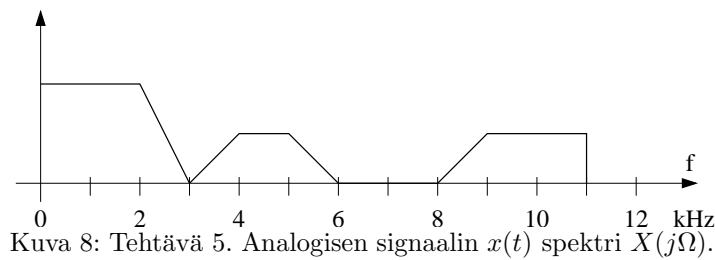


Kuva 7: Tehtävän 3 kaskaadikytkentä.

- 4) (6p, **VAIN TENTTI**) Olkoon tutkittavana digitaalinen LTI-suodin, jonka siirtofunktio on

$$H(z) = \frac{1 - 1.7z^{-1} + 0.72z^{-2}}{1 - 0.8z^{-1}}$$

- a) Perustele, onko suodin FIR vai IIR.
b) Esitä suotimen napanollakuvaaja.
c) Hahmottele suotimen magnitudivaste. Onko kyseessä alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / kokopäästö ("allpass")?
d) Kirjoita suotimen differenssiyhtälö.
e) Perustele, onko suodin kausaalinen vai ei.
f) Kerro tai piirrä yksi ja vain yksi joku muu olennainen asia analysoitavasta suotimesta.
- 5) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan analogisen signaalin $x(t)$ spektriä $X(j\Omega)$ kuvassa 8.
- a) Mikä on Shannonin näytteenottoteoreeman tärkein sisältö?
b) Jos kuvan signaalia näytteistetään taajuudella $f_T = 9$ kHz, niin hahmottele näytteistetyn sekvenssin spektri $X(e^{j\omega})$.



Kuva 8: Tehtävä 5. Analogisen signaalin $x(t)$ spektri $X(j\Omega)$.

- 6) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan toisen asteen LTI-suodinta, jonka siirtofunktio on

$$H_1(z) = \frac{1 - 1.2z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1.5z^{-1} + 0.6z^{-2}}$$

jonka navat ovat $p = -0.75 \pm 0.1936j$ ja nollat $z = 0.6 \pm 0.8j$ sekä magnitudivasteen maksimi kohdassa $\omega = \pi$.

- a) Hahmottele suotimen $H_1(z)$ magnitudivaste välille $[0, \dots, 2\pi]$
b) Korvaa suotimen $H_1(z)$ viiverekisterit kaksinkertaisella viiveellä $H_2(z) = H_1(z^2)$ (vrt. ylösnäytteistys $L = 2$, "upsampling"). Anna suodin $H_2(z)$ muodossa

$$H_2(z) = K \cdot \frac{1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4}}$$

ja hahmottele $H_2(z)$:n magnitudivaste välille $[0, \dots, \pi]$.

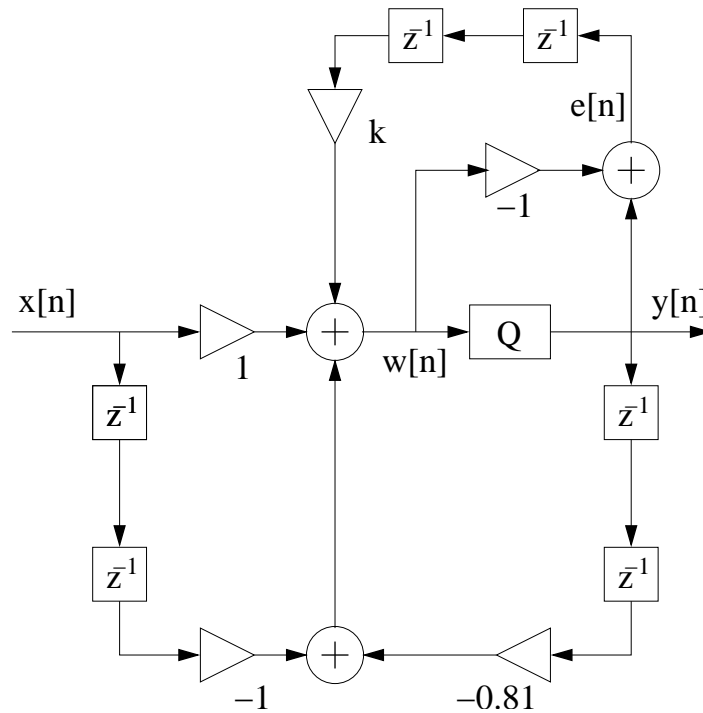
- c) Määrittele kerroin K niin, että suotimen $H_2(z)$ maksimiarvo on skaalattu ykköseksi.

- 7) (6p, **VAIN TENTTI**) Kuvassa 9 suotimen sisääntuloon tulevien arvojen bittimäärä on B . Kertolaskujen jälkeen määrä on $2B$. Jotta ulostulo saadaan jälleen B :n bitin suuruiseksi, joudutaan arvoa $w[n]$ kvantisoimaan (lohko Q). Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän ("error feedback", "error-shaping filter") avulla. Kuvassa 9 on toisen asteen suodin, jossa mukana on toisen asteen virheen takaisinkytkentä. Kirjoita ensin differenssiyhtälöt $e[n]$:lle ja $w[n]$:lle, ja kirjoita sitten taajuustasossa kvantisoitu ulostulo $Y(z)$ sisääntulon $X(z)$, sisääntuloa muokkaavan osan $H_x(z)$, kvantisointikohinan $E(z)$ ja kvantisointikohinaa muokkaavan osan $H_e(z)$ avulla muodossa

$$Y(z) = H_x(z)X(z) + H_e(z)E(z)$$

ja vastaa

- kuinka suodin käyttäytyy, kun käytössä äärettömän pitkä sananpituus, ts. kvantisointia ei tapahdu ja $e[n] \equiv 0, \forall n$.
- kuinka kohinan kokonaisspektri $E_{tot}(z) = H_e(z)E(z)$ muokkautuu, jos kompensointia ei käytetä, ts. $k = 0$, ja jos $e[n]$ on valkoista kohinaa eli että $E(z) = 1$ kaikilla taajuuksilla.
- millä mahdollisimman yksinkertaisella k :n arvolla kohina saadaan siirrettyä varsinaisen suotimen estokaistalle, jossa sen merkitys on vähäisempi.



Kuva 9: Tehtävä 7. Toisen asteen suodin, jossa toisen asteen virheen takaisinkytkentä.

- 8) (1p, **VÄLIKOE JA TENTTI**)

Vastaa kaksiosaiseen kurssipalautteeseen ma 10.5. - pe 21.5.2010. Toinen kyselyistä on WebOodissa ja noudattelee tietotekniikan tutkinto-ohjelman yleistä kurssilomaketta ja toinen tarkentavia kysymyksiä sisältävä.

Kysely kuuluu osana välikoesuoritukseen ja sen arvo on +1 pistettä. Myös tenttiin osallistujat saavat +1 pistettä kyselyyn osallistumisesta.