T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / Tentti 9.12.2004 klo 16-19. Salit M, G ja K.
Jos teet 2. välikokeen, vastaa kysymyksiin 3, 4, 5, 6.
Jos teet tentin, vastaa kysymyksiin 1, 2, 4, 5, 6.
Merkitse paperiin, suoritatko 2. välikokeen vai tentin.
Välikokeessa/Tentissä saa olla oma (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Omaa taulukkokirjaa voi käyttää; tilaisuudessa jaetaan kaavakokoelma. **Kirjoita tarvittavat välivaiheet mukaan.**

T-osasto kerää **kurssipalautetta** kaikista syksyn 2004 kursseista.
ANNA KURSSIPALAUTETTA VERKOSSA OSOITTEESSA
`http://www.cs.hut.fi/Opinnot/Palaute/kurssipalaute.html`.
Linkki löytyy myös kurssin kotisivulta.

1. (6p, tentti)

   a) (2p) Mikä on sekvenssin $x[n] = 3\cos((\pi/4)n) + \sin((\pi/6)n - \pi/4)$ perusjakso N_0?

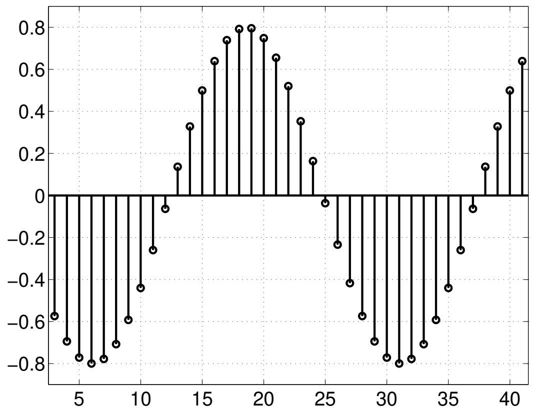
   b) (2p) Mikä on sekvenssien $h[n] = \delta[n-1] - \delta[n-2]$ ja $x[n] = 2\delta[n-1] + \delta[n-2] - \delta[n-3]$ konvoluutio $y[n] = h[n] \circledast x[n]$?

   c) (2p) Mikä on kausaalisen ja stabiilin siirtofunktion

   $$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + 0.7z^{-1}}$$

   käänteismuunnos $h[n]$ (impulssivaste)? Laske myös $h[5]$.

2. (6p, tentti) Kuvaan 1 on piirretty sekvenssi $x[n]$, joka on saatu näytteistämällä jatkuvaa signaalia $x(t)$ näytteenottotaajuudella $f_T = 10$ kHz. X-akselilla on indeksin n arvoja (ei sekunteja). Sekvenssi $x[n]$ on muotoa $x[n] = A\cos(2\pi(f/f_T)n + \theta)$.



Kuva 1: Tehtävän 2 sekvenssi $x[n]$.

   a) (1p) Mikä on kunkin näytteen välinen aika (näyteväli) T_s sekunneissa?

   b) (2p) Arvioi kosinin taajuus f ja hahmottele diskreettiaikaisen sekvenssin $x[n]$ spektri $X(e^{j\omega})$ välillä $0 \ldots f_T$ Hz.

   c) (1p) Hahmottele sekvenssistä $x[n]$ palautetun jatkuva-aikaisen signaalin $\hat{x}(t)$ spektri $|\hat{X}(j\Omega)|$ välillä $0 \ldots f_T$ Hz.

   d) (2p) Mitä voidaan sanoa alkuperäisestä signaalista $x(t)$, josta kyseinen sekvenssi $x[n]$ on saatu näytteistämällä?

3. (6p, vk2) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +1p, väärä –0.5p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat. Perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on 0-6p.

   a) FIR-siirtofunktion $H(z) = 1 - 0.3z^{-1} - 0.3z^{-2} + z^{-3}$ eräs monivaihetoteutus (polyphase realization) on $H(z) = E_0(z^2) + E_1(z^2)$, jossa $E_0(z) = 1 - 0.3z^{-1}$ ja $E_1(z) = -0.3 + z^{-1}$.

   b) Impulssi-invarianttimenetelmässä digitaalisen IIR-suotimen impulssivasteen $h[n]$ arvot ovat suoraan analogisen suotimen siirtofunktion $H(s)$ kertoimet.

   c) Suotimen skaalaamisella vaimennetaan signaalia ylivuotojen estämiseksi ja samalla parannetaan signaali-kohinasuhdetta (SNR).

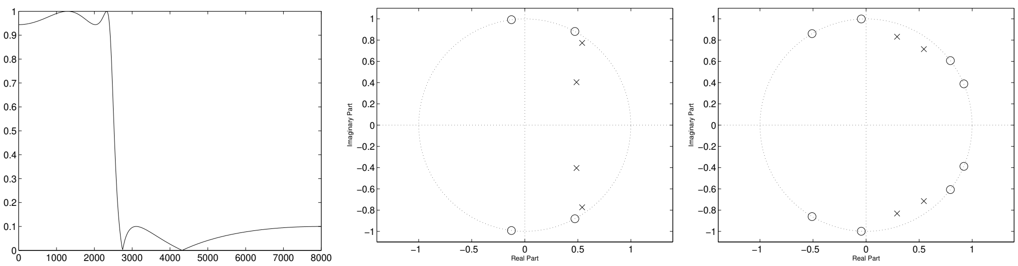
   d) Matlab-koodi `freqz(B, A)` tuottaa kuvan 2(a) mukaisen kuvaajan, kun `B` ja `A` on laskettu etukäteen oikein, ja näytteenottotaajuutena on 16 kHz.

   e) Matlab-koodi `zplane(B, A)` tuottaa kuvan 2(b) mukaisen kuvaajan, kun `B` ja `A` on laskettu etukäteen oikein, ja näytteenottotaajuutena on 16 kHz.

   f) Kuvan 2(c) suotimen asteluku on 4.

   g) Downsämplätään 1000 Hertzin kosinisignaalia siten, että alkuperäinen näytteenottotaajuus 16 kHz pudotetaan neljäsosaan eli tekijällä $M = 4$. Väite: Downsämplätyn signaalin taajuus on 250 Hz.

   h) Toisen asteen lohkojen (second-order systems) kaskadikytkentä (sarjaankytkentä) on herkempi kertoimien kvantisoinnille kuin vastaava suoran muodon (direct form) suodin.



Kuva 2: Tehtävään 3 liittyvät kuvat (a), (b), (c).

4. (6p, vk2, tentti) Tutkitaan toisen asteen LTI-suodinta, jonka siirtofunktio on

$$H_1(z) = \frac{1 - 1.18z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1.58z^{-1} + 0.64z^{-2}}$$

jonka navat ovat $p = -0.79 \pm 0.1261j$ ja nollat $z = 0.59 \pm 0.8074j$ sekä amplitudivasteen maksimi kohdassa $\omega = \pi$.

   a) (4p) Suunnittele suodinta $H_1(z)$ hyväksikäyttäen neljännen asteen kaistanpäästösuodin $H_2(z)$, jonka maksimi on kohdassa $\omega = \pi/2$. Anna suodin $H_2(z)$ muodossa

$$H_2(z) = K \cdot \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}}$$

   b) (2p) Määrittele kerroin K niin, että kaistanpäästösuotimen maksimiarvo on skaalattu ykköseksi.

5. (6p, vk2, tentti) Suunnitellaan FIR-suodin ikkunamenetelmällä, kun alipäästösuotimen rajataajuus on $f_c = 3000$ Hz ja näytteenottotaajuus $f_T = 12000$ Hz. Ikkunafunktioiden määrittelyjä ja ominaisuuksia varten tutki taulukkoa 1.

   a) (1p) Piirrä ideaalisuotimen taajuusvaste $H_{ideal}(f)$.

   b) (2p) Laske kyseisen ideaalisen suotimen impulssivaste $h_{ideal}[n]$. Anna sen arvot, kun $n = -3 \ldots 3$.

   c) (2p) Laske FIR-suotimen kertoimet $h_{FIR}[n]$ ikkunamenetelmällä käyttäen Hann-ikkunaa $w_H[n]$, jonka pituus on 7 ($M = 3$).

   d) (1p) Arvioi saadun FIR-suotimen käyttökelpoisuutta, kun estokaistalta vaaditaan kyseinen 43,9 desibelin minimivaimennus.

Window	$w[n]$, $-M \leq n \leq M$	Length of main lobe Δ_{ML}	Relative side lobe A_{sl}	Mininum stopband attenu-ation	Length of transition band $\Delta\omega$
Rectangular	1	$4\pi/(2M+1)$	13.3 dB	20.9 dB	$0.92\pi/M$
Hann	$0.5 + 0.5\cos(\frac{2\pi n}{2M})$	$8\pi/(2M+1)$	31.5 dB	43.9 dB	$3.11\pi/M$
Hamming	$0.54 + 0.46\cos(\frac{2\pi n}{2M})$	$8\pi/(2M+1)$	42.7 dB	54.5 dB	$3.32\pi/M$
Blackman	$0.42 + 0.5\cos(\frac{2\pi n}{2M}) + 0.08\cos(\frac{4\pi n}{2M})$	$12\pi/(2M+1)$	58.1 dB	75.3 dB	$5.56\pi/M$

Taulukko 1: Ikkunafunktioiden ominaisuuksia.

6. (6p, vk2, tentti) **Vaihtoehtoisesti A tai B.**

6A. Essee: FFT-algoritmit, erityisesti "Decimation-in-Time" ja "Decimation-in-Frequency". Kaavojen johtoa ei tarvita.

6B. Alla olevan suotimen sisääntuloon tulevien arvojen bittimäärä on B. Kertolaskujen jälkeen määrä on $2B$. Jotta ulostulo saadaan jälleen B:n bitin suuruiseksi, joudutaan arvoa $w[n]$ kvantisoimaan (lohko Q).

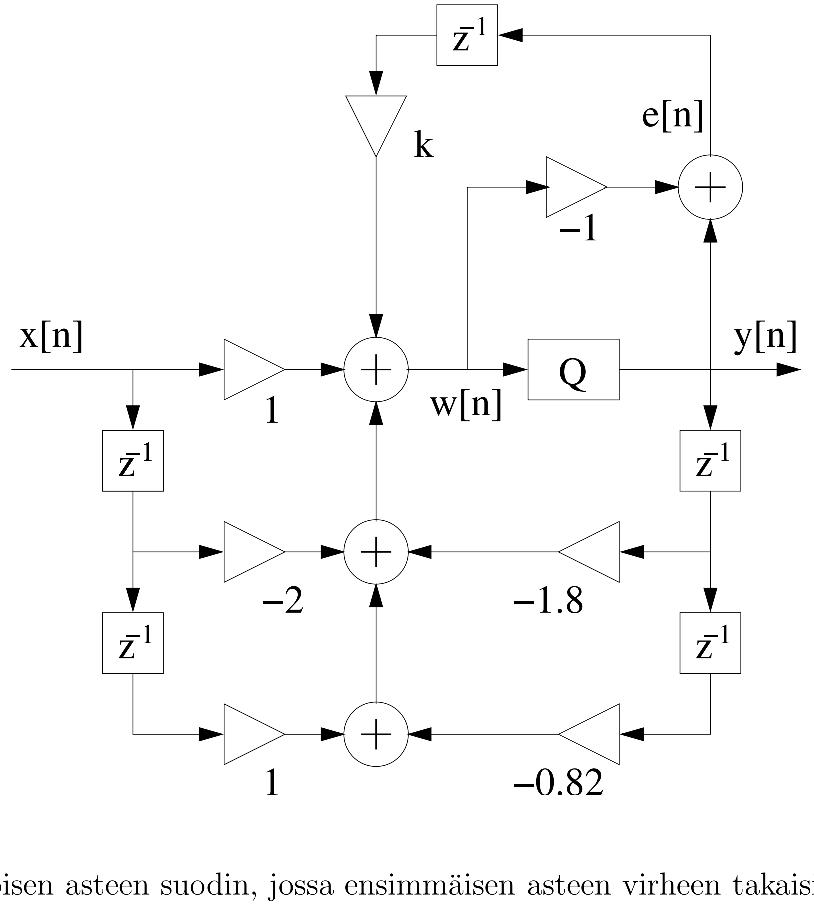
Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän (error feedback, usein myös error-shaping filter) avulla. Kuvassa 3 on toisen asteen suodin, jossa mukana on ensimmäisen asteen virheen takaisinkytkentä.

Kirjoita ensin differenssiyhtälöt $e[n]$:lle ja $w[n]$:lle, ja kirjoita sitten taajuustasossa kvantisoitu ulostulo $Y(z)$ sisääntulon $X(z)$ ja kvantisointikohinan $E(z)$ avulla, ja vastaa

a) kuinka suodin käyttäytyy, kun käytössä äärettömän pitkä sananpituus, ts. kvantisointia ei tapahdu ja $e[n] \equiv 0, \forall n$.

b) kuinka kohinan spektri muokkautuu, jos kompensointia ei käytetä, ts. $k = 0$, ja jos $e[n]$ on valkoista kohinaa niin, että $E(z) = 1$ kaikilla taajuuksilla.

c) millä mahdollisimman yksinkertaisella k:n arvolla kohina saadaan siirrettyä varsinaisen suotimen estokaistalle, jossa sen merkitys on vähäisempi.



Kuva 3: Toisen asteen suodin, jossa ensimmäisen asteen virheen takaisinkytkentä.