T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, ma 20.10.2003 klo 16-19. Salit A ja B.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste.

1) (2p) Ratkaise ne kaksi eri kulman arvoa $\omega_{1,2}$ väliltä $[-\pi \ldots \pi]$ radiaaneissa, jotka toteuttavat yhtälön $\cos(\omega) = -\sqrt{3}/2 \approx -0.866$. Vinkki: taulukko.

2) (4p) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +0.5p, väärä –0.5p, ei vastausta 0p. Vastaa niin moneen kuin haluat; perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on kuitenkin 0-4p. Kirjoita vastauspaperiisi taulukko, jossa on kaikki 12 kohtaa. Jos haluat erityisesti kommentoida jonkun kohdan valintaasi, kirjoita se erikseen.

1:		2:		3:		4:		5:		6:	
7:		8:		9:		10:		11:		12:	

1) Jatkuva-aikaisella signaalilla $x(t) = \sin(\frac{3\pi}{17}\,t) + \sin(\frac{7\pi}{11}\,t + \pi/7)$ on olemassa perusjakso T.

2) Sekvenssin $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{6}\,n) + \sin(\frac{\pi}{4}\,n + \pi)$ perusjakson pituus on $N = 48$.

3) CD:ssä käytetty näytteenottoväli (jakso) on 44100 Hz.

4) Kausaaliset diskreettiaikaiset järjestelmät ovat aina myös LTI-järjestelmiä.

5) LTI-suodin, jonka impulssivaste on $h[n] = (1/n)\,\mu[n]$, on stabiili.

6) Olkoon $y[n] = x_1[n] \circledast x_2[n]$ ja $v[n] = x_1[n + N_1] \circledast x_2[n + N_2]$.
Tällöin $v[n] = y[n + (N_1 + N_2)]$.

7) Suotimen $y[n] + 0.3\,y[n-2] = x[n] - 0.6\,x[n-1] + 0.2\,x[n-2]$ asteluku on kaksi.

8) All-pass-suotimen vahvistus on kaikilla taajuuksilla 1: $|H(e^{j\omega})| = 1$. Olkoon toisen asteen LTI-suotimen navat $p_1 = 0.5$ ja $p_2 = 0.8$ ja nollat $z_1 = -0.5$ ja $z_2 = -0.8$.
Väite: Suodin on all-pass-suodin.

9) Siirtofunktion $H(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-z^{-1}+0.24z^{-2}}$ osamurtokehitelmä on $H(z) = \frac{0.5}{1-0.6z^{-1}} - \frac{0.5}{1-0.4z^{-1}}$.

10) Siirtofunktio $H(z) = 1 - z^{-1} - z^{-2} + z^{-3}$ kuvaa lineaarivaiheista suodinta.

11) Kahden pisteen liikkuva keskiarvoistava suodin (moving average) on tyypiltään alipäästösuodin.

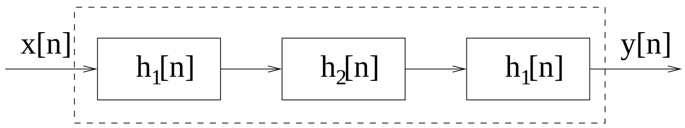
12) Matlabin `subplot`-komennolla voidaan piirtää esimerkiksi kosinikäyrä ikkunan ylimpään akseliin: `t = [0 : 1/100 : 1]; y = cos(2*pi*10*t); subplot(t, y, 1);`.

3) (6p) Suodin $h[n]$ muodostuu alla olevan kuvan 1 mukaisesti LTI-järjestelmien kaskaadista. Tunnetaan seuraavat impulssivasteet:

$$
\begin{aligned}
h_1[n] &= \mu[n] - \mu[n-2] \\
h[n] &= \delta[n] - \delta[n-1] - 7\delta[n-2] - 7\delta[n-3] - 2\delta[n-4]
\end{aligned}
$$

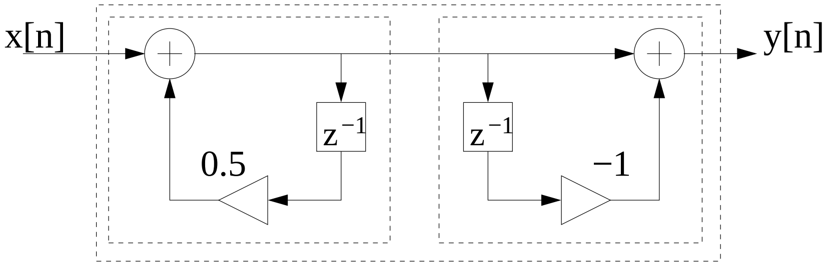
a) (3p) Laske järjestelmän $h[n]$ vaste syötteeseen $x[n] = -2\delta[n+1] + 2\delta[n]$.

b) (3p) Laske impulssivaste $h_2[n]$. Onko $h_2[n]$ kausaalinen?



Kuva 1: Kolmen alijärjestelmän kaskaadista koostuva $h[n]$ tehtävästä 3.

4) (6p) Tarkastellaan kuvan 2 mukaista LTI-suodinta.



Kuva 2: Tehtävän 4 suotimen rakennekaavio

a) Muodosta kuvan suodinta vastaava differenssiyhtälö tai -yhtälöryhmä y:n ja x:n välille. Vihje: Käytä apumuuttujaa w tai hyödynnä kaskaadia.

b) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$.

c) Piirrä suotimen napa-nolla-kuvio.

d) Vastaa napa-nolla-kuvion perusteella seuraaviin kysymyksiin: Minkätyyppinen suodin on kyseessä: alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / allpass? Onko suodin stabiili?

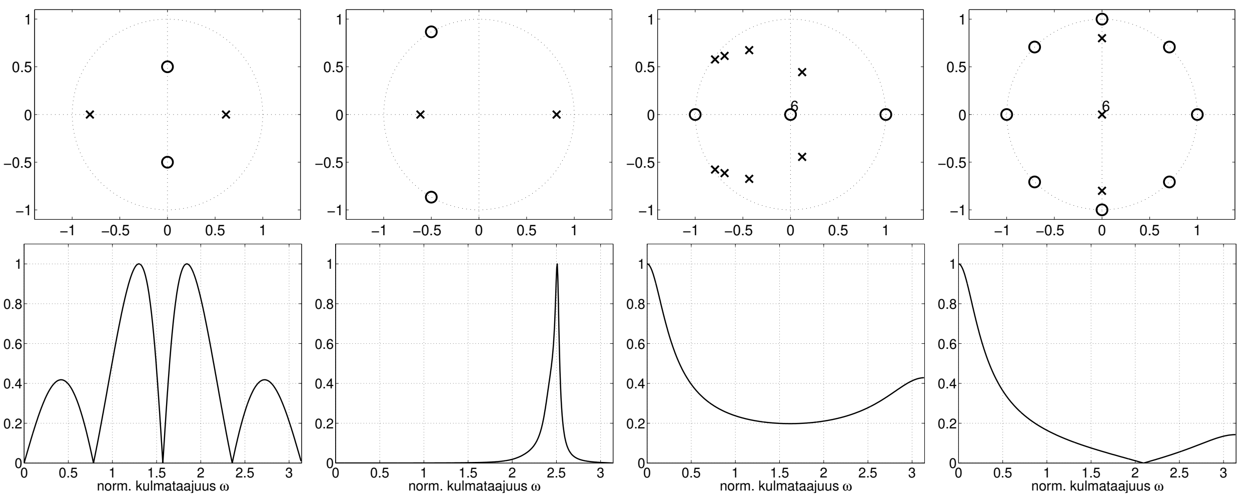
e) Mikä on suotimen impulssivaste $h[n]$ suljetussa muodossa?

5) (6p) Napa-nollakuviosta (pole-zero plot) voidaan arvioida suotimen amplitudivasteen käytös.

a) (4p) Yhdistä napa-nollakuvio vastaavaan amplitudivasteeseen. Mukana on yksi napa-nolla-kuvio, joka ei sovi yhteen amplitudivasteeseen. Ilmoita kolme paria (KIRJAIN, numero).

b) (2p) Mihin yksittäiseen kuvaajaan (A-D, I-IV) liittyy seuraava Matlab-koodin pätkä. Miten korvaisit kohdan `???`.

```
w = [0 : pi/128 : pi];
B = [1 0 0 0 0 0 0 0 -1];
A = [1 0 0.81];
zplane(B,???);
```



Kuva 3: Tehtävä 5, napa-nollakuviot ja amplitudivasteet. Ylärivissä vasemmalta oikealle A-D, alarivissä vasemmalta oikealle I-IV.