T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti. Ke 7.5.2008 klo 8-11. Sali M.

2. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 7.5. tai 14.5. Tee välikokeessa tehtävät 1, 2 ja 7 (palaute).

Tentti on oikeus tehdä vain kerran joko 7.5. tai 14.5. Tee tentissä tehtävät 2, 3, 4, 5, 6 ja 7 (palaute). Aloita kukin tehtävä uudelta sivulta.

Tilaisuudessa saa olla oma funktiolaskin mutta ei mitään taulukkokirjaa. Tilaisuudessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 (vk) varten.

Palautusohjeet:

- esitä opiskelijakorttisi palautuksen yhteydessä
- jos välikoe: tehtävän 1 ("rasti ruutuun") lomake omaan pinoon **"VK2-MONIVALINTA"**, täytettävä vähintään opiskelijanumero
- jos välikoe: tehtävän 2 vastauskonsepti omaan pinoon **"VK2-KONSEPTI"**, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- jos tentti: kaikki vastauskonseptit sisäkkäin omaan pinoon **"TENTTI"**
- suttupaperit omaan pinoon **"SUTTU"**
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

1) (10 x 1p, max 8 p, **VAIN VÄLIKOE**) Monivalinta. Väittämissä on 1–4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 8 ja minimimäärä 0.

Väitteet 1.1 − 1.4 ovat kurssin jälkipuoliskon ydinainesta ja ratkaistavissa suoraviivaisesti. Väitteet 1.5 − 1.10 ovat soveltavia ja vaatinevat laskemista suttupaperilla.

1.1 Kausaalinen ja stabiili LTI-suodin

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.3z^{-1} + 0.4z^{-2}}$$

on esitetty viiveiden suhteen kanonisessa (yksinkertaisessa) suoran muodon II ("direct form II") -rakenteena

(A) kuvassa 1(a)
(B) kuvassa 1(b)
(C) kuvassa 1(c)
(D) kuvassa 1(d)

1.2 Bilineaarimuunnos

(A) on bijektio (yksi-yhteen kuvaus), jossa analogisen s-tason vasen puolitaso kuvautuu z-tason yksikköympyrän sisällöksi
(B) on yksi tapa laskea analoginen FIR-suodin vastaavasta digitaalisesta vastineesta
(C) on muunnos, jolla kvantisointivirheen kohina saadaan muokattua suotimen estokaistalle
(D) on stereosignaalin suodattamista lineaarivaiheisella suotimella

1.3 Digitaalisen FIR-suotimen suunnittelussa käytettävä ikkunafunktio

$$w[n] = 0.54 + 0.46 \cdot (\cos(\frac{2\pi n}{2M}))$$

(A) on valmis FIR-suodin normalisoidulla rajakulmataajuudella $\omega_c = 2\pi \cdot M/N$, jossa N on suotimen asteluku
(B) määrää suotimen estokaistan minimivaimennukseksi $20\log_{10}(M)$ desibeliä
(C) on tyypillinen Butterworth-ikkuna, jonka pääkuvun leveys on $\Delta_{\mathrm{ML}} = 3.11\pi/M$
(D) voidaan käyttää katkaisemaan äärettömän pitkä ideaalinen impulssivaste $h_{\mathrm{ideal}}[n]$ äärellisen pitkäksi

1.4 Kun äänisignaalia $x[n]$, jonka näytteenottotaajuus on $f_T = 22050$ Hz ja pituus on noin 0.40 sekuntia ylösnäytteistetään ("upsampling") termillä $L = 2$

(A) signaalin näytemääräksi tulee noin 44100
(B) signaalin näyteväliksi tulee $T = 0.40/22050$ Hz
(C) signaalin kestoksi tulee edelleen noin 0.40 sekuntia uudella näytteenottotaajuudella $f_T^{'} = 44100$ Hz
(D) signaalin kestoksi tulee noin 0.80 sekuntia uudella näytteenottotaajuudella $f_T^{'} = 44100$ Hz

1.5 Tutkitaan digitaalista IIR-tyyppistä kaistanpäästösuodinta

$$H(z) = K \cdot \frac{2 - 0.108z^{-2} + 2z^{-4}}{1 + 1.16z^{-2} + 0.434z^{-4}}$$

jonka maksimiarvo on taajuudella $\omega = \pi/2$. Määrää skaalauskerroin K siten, että suotimen maksimi on 1.

(A) $K \approx 0.067$
(B) $K \approx 0.50$
(C) $K \approx 0.67$
(D) $K \approx 15$

1.6 Stabiili analogisuodin $H(s) = \Omega/(s+\Omega)$, jossa taajuusvääristymäkorjattu (“prewarped”) rajataajuus $\Omega = k \cdot 0.5$, muutetaan digitaaliseksi $H(z)$ käyttäen sijoitusta $s = k \cdot (1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$. Digitaalinen suodin on

(A) $H(z) = 1/(1 + 2k^{-1}z^{-1})$
(B) $H(z) = (1/3) \cdot (1 + z^{-1})/(1 - (1/3)z^{-1})$
(C) $H(z) = (1 + z^{-1})/(1 - 3z^{-1})$
(D) $H(z) = (1 - z^{-1})/(1.5 - 0.5z^{-1})$

1.7 Tutkitaan kuvan 2(a) toisen asteen IIR-suodinta, jossa mukana kvantisointilohko Q ja siihen liittyvä kvantisointivirhettä muokkaava 1. asteen suodinlohko.

Kirjoitetaan apumuuttuja $w[n]$ ja korvataan lohko Q virhelähteellä $e[n]$ kuten kuvassa 2(b). Tästä voidaan kirjoittaa kaksi differenssiyhtälöä, toinen $y[n] = \ldots$ ja toinen $w[n] = \ldots$.

Näitä muokkaamalla saadaan suotimen ulostuloksi taajuustasossa

$$Y(z) = H_x(z) \cdot X(z) + H_e(z) \cdot E(z)$$

jossa $H_x(z)$ on varsinainen suotimen siirtofunktio ja $H_e(z)$ kvantisointivirhettä muokkaava siirtofunktio. Nämä ovat

(A) $H_x(z) = \frac{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{kz^{-1}}{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$
(B) $H_x(z) = \frac{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{1+kz^{-1}}{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$
(C) $H_x(z) = \frac{1+1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$ ja $H_e(z) = \frac{1+(k-1.8)z^{-1}+0.82z^{-2}}{1-1.8z^{-1}+0.82z^{-2}}$
(D) Yksikään ylläolevista pareista ei ole oikein.

1.8 Jatketaan kohdasta 1.7. Oletetaan kvantisointivirhe valkoiseksi kohinaksi, jonka spektri $E(z) = 1$. Mikä on paras arvo k:lle, jotta kokonaiskohina $E_{\mathrm{TOT}}(z)$ siirtyy pois mielenkiintoiselta päästökaistalta.

(B) $k = -1$
(A) $k = 0$
(C) $k = 1$
(D) $k = 1.8$

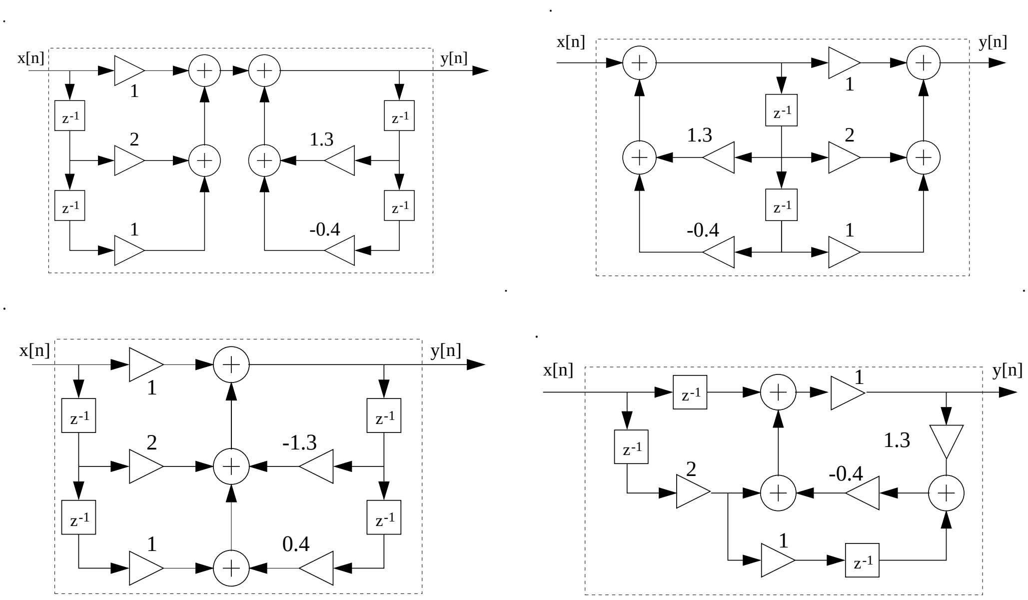
1.9 Komennolla `[B, A] = cheby2(5, 30, 0.25);` saadaan Chebychev II -tyyppinen digitaalinen suodin, jonka asteluku on $N = 5$, estokaistan minimivaimennus 30 desibeliä ja estokaistan rajataajuus $\omega_{\mathrm{stop}} = 0.25\pi$. Suotimen magnitudivasteen kuvaaja on

(A) kuvassa 3(a)
(B) kuvassa 3(b)
(C) kuvassa 3(c)
(D) kuvassa 3(d)

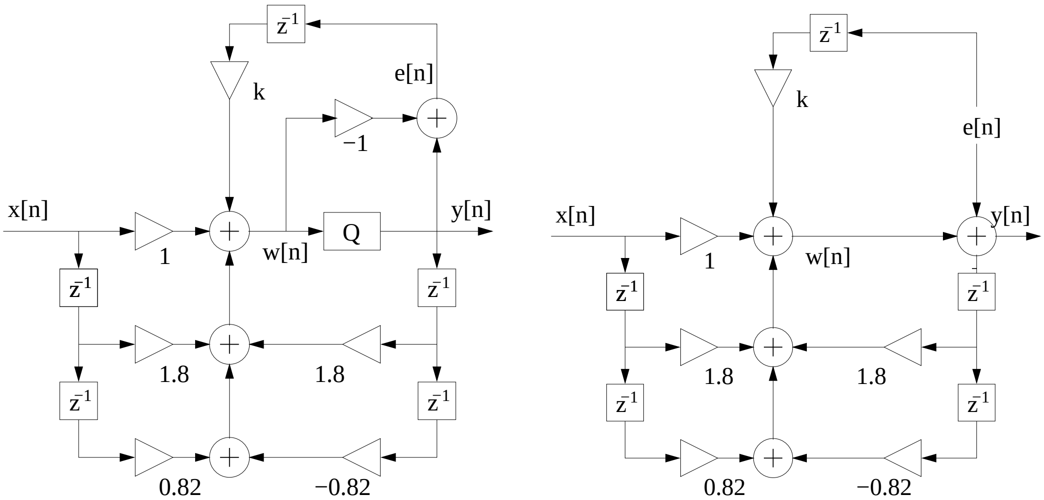
1.10 Mitä alla olevalla toimivalla Matlab-koodinpätkällä voidaan tehdä?

```
[x, fT] = wavread('mysignal.wav');
wL  = 256;
M   = length(x);
V   = zeros(ceil(M/wL), 1);
m   = 0;
for k = [1 : wL : M-wL]
   m    = m + 1;
   V(m) = sum(x(k : k+wL-1).^2);
end;
```

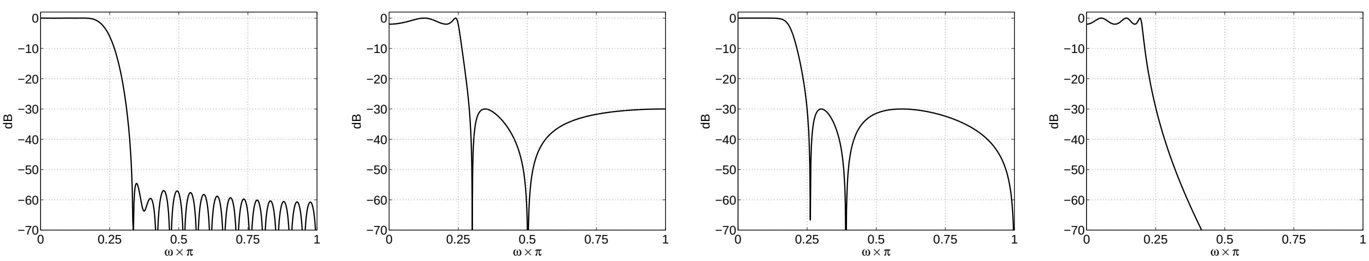
(A) Alipäästösuodatetaan signaalia rajataajuudella `wL` Hz
(B) Kynnystämällä vektorin `V` arvoja saadaan selville, missä kohtaa signaalia on hiljaisia hetkiä
(C) Lasketaan signaalin spektrin tehollisia arvoja
(D) Vektorin `V` arvoista voidaan piirtää spektrogrammi



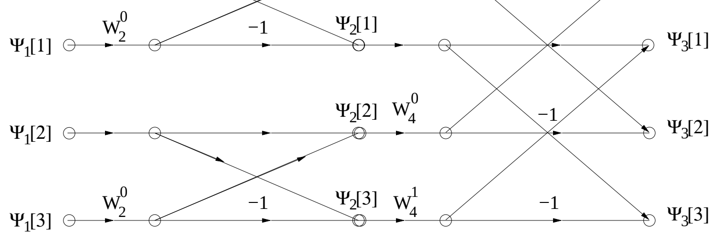
Kuva 1: Monivalintatehtävän 1.1 rakenteet, ylärivissä **(A)** ja **(B)**, alarivissä **(C)** ja **(D)**.



Kuva 2: Monivalintatehtävien 1.7 ja 1.8 2. asteen IIR-suodin 1. asteen kvantisointivirheen takaisinkytkennällä. Oikealla kvantisointilohko Q korvattu virhelähteellä $e[n]$.



Kuva 3: Monivalintatehtävän 1.9 magnitudivasteet **(A)**, **(B)**, **(C)** ja **(D)**.



Kuva 4: Tehtävä 2A. Virtauskaavio "radix-2 DIT FFT".

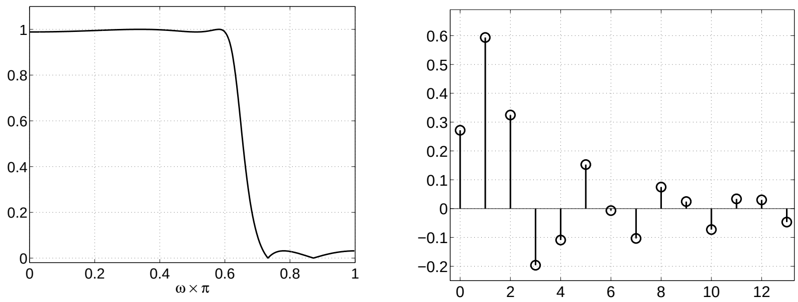
2) (6p, **VÄLIKOE JA TENTTI**) Valitse joko 2A tai 2B.

2A) FFT-algoritmit. Yleisen selostuksen lisäksi voit käyttää esimerkkinä kirjassa/kalvoissa ja laskuharjoitusmateriaalissa esiteltyä “radix-2 DIT FFT” -algoritmia, josta annettuna kuvassa 4 laskennan eteneminen neljän pisteen rakenteessa, jolloin $r = 1,\ 2$ ja $l_r = 0, \ldots, 2^{r-1} - 1$. Katso taulukosta perhosyhtälöt ja W_N. Laske välivaiheittain muunnos jonolle $x[n] = 2\delta[n] + 4\delta[n-1] - \delta[n-2] + 5\delta[n-3]$.

2B) Tutkitaan stabiilista ja kausaalista alipäästösuodinta $H(z)$, jonka päästökaista loppuu 3 kHz:ssa ja jonka näytteenottotaajuus on 10 kHz. Amplitudivaste on kuvassa 5(a) ja impulssivasteen $h[n]$ alkua kuvassa 5(b).

a) Ylösnäytteistä (“upsample”) suodinta termillä $L = 3$. Hahmottele sekä uusi amplitudivaste $H^{'}(z) = H(z^3)$ että impulssivaste $h^{'}[n] = h[n/3]$ ensimmäisten kymmenen arvon ajalta.

b) Lopullinen tarkoitus on saada suotimesta alipäästösuodin samoilla rajataajuuksilla 30 kHz:n näytteeottotaajuudella. Millä toimenpiteellä tähän päästään? Hahmottele amplitudivaste $|H^{''}(e^{j\omega})|$ ja impulssivaste $h^{''}[n]$ ensimmäisten kymmenen arvon ajalta tämän toimenpiteen jälkeen.



Kuva 5: Tehtävä 2B. Vasemmalla suotimen amplitudivaste ja oikealla sitä vastaava impulssivaste.

3) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan kahden LTI-järjestelmän sarjaankytkentää $h[n] = h_1[n] \circledast h_2[n]$, jossa $h_1[n] = \delta[n] - 0.9\delta[n-1]$ ja $h_2[n] = \delta[n] + 0.81\delta[n-2]$.

a) Mikä on koko järjestelmän impulssivaste $h[n]$?

b) Kirjoita koko suotimen siirtofunktio $H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$.

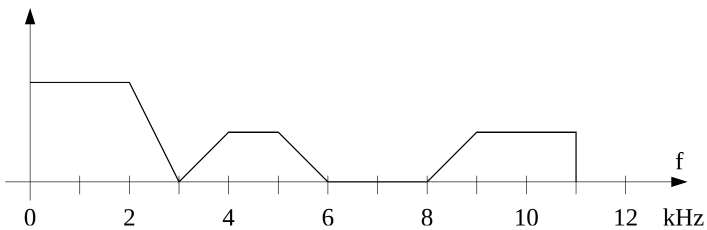
c) Hahmottele suotimen napanollakuvio. (Vinkki: voit yhdistää napanollakuviot $H_1(z)$:sta ja $H_2(z)$:sta, koska ne ovat $H(z)$:n tulon termit.)

d) Hahmottele suotimen amplitudivaste. Perustele, miksi suotimen maksimivahvistus on kohdassa $\omega = \pi$.

4) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan analogisen signaalin $x(t)$ spektriä $X(j\Omega)$ kuvassa 6.

a) Mikä on Shannonin näytteenottoteoreeman tärkein sisältö?

b) Jos kuvan signaalia näytteistetään taajuudella $f_T = 10$ kHz, niin hahmottele näytteistetyn sekvenssin spektri $X(e^{j\omega})$.



Kuva 6: Tehtävä 4. Analogisen signaalin $x(t)$ spektri $X(j\Omega)$.

5) (6p, **VAIN TENTTI**) Stabiilin ja kausaalisen LTI-suotimen differenssiyhtälö on muotoa

$$y[n] = x[n] - 4ax[n-1] + 9a^2x[n-2] + 1.2y[n-1] - 0.72y[n-2]$$

jossa kerroin a on reaalinen luku, jonka arvo määrätään myöhemmin.

a) Piirrä suotimen lohkokaavio viiveiden suhteen kanonisena (yksinkertaisena) suora muoto II -rakenteena (“direct form II”).

b) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z)$.

c) Tutki suotimen taajuusominaisuuksia a:n funktiona napanollatarkastelulla, kun $a \geq 0$.

6) (6p, **VAIN TENTTI**) Digitaalisen IIR-suotimen suunnittelu (”filter design”).

7) (1p, **VÄLIKOE JA TENTTI**) Vastaa kurssipalautteeseen ke 8.5. - ma 19.5.2008, jonne on linkki kurssin WWW-pääsivulta ja jonka URL on `http://www.cis.hut.fi/Opinnot/T-61.3010/`. Tämä kysely kuuluu osana välikoesuoritukseen ja sen arvo on +1 pistettä. Myös tenttiin osallistujat saavat +1 pistettä kyselyyn osallistumisesta.