T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Kesätentti, ma 5.6.2006 klo 17-20. /Simula, Parviainen

Tilaisuudessa ei saa olla omaa taulukkokirjaa. Graafinen laskin sallittu. Tilaisuudessa jaetaan kurssin taulukkomoniste.

Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen. Tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää.

Aloita uusi tehtävä **uudelta sivulta**. Kirjoita laskuissa käytetyt **välivaiheet mukaan**.

1) (7 x 1p = 0-6 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.**

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 6 ja minimimäärä 0.

1.1 Sekvenssin $x[n] = \sin(0.25\pi n^2 + 0.25)$

(A) perusjakso on $N_0 = 2$

(B) perusjakso on $N_0 = 4$

(C) perusjakso on $N_0 = 8$

(D) perusjakso on $N_0 = 16$

1.2 LTI-suotimen taajuusvaste on $H(e^{j\omega}) = 2e^{-j3\omega} - e^{-j\omega} - e^{j\omega} + 2e^{j3\omega}$. Tällöin

(A) taajuusvaste on (lähes aina) kompleksiarvoinen

(B) taajuusvaste on aina reaalinen ja positiivinen

(C) vaihevaste on lineaarinen

(D) suotimen ryhmäviive on nolla

1.3 Sekvenssit $x[n]$ ja $h[n]$ konvoloidaan keskenään ja lopputuloksesta otetaan z-muunnos suppenemisalueessaan ("ROC")

$$
\begin{aligned}
& Z\{x[n] \circledast h[n]\} \\
= & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \Big) z^{-n} \\
= & \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n-k] z^{-n} \\
= & \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] z^{-m} z^{-k} \\
= & \Big(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] z^{-k} \Big) \cdot \Big(\sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] z^{-m} \Big)
\end{aligned}
$$

Mitä yllä olevasta johdosta voidaan sanoa?

(A) Ollaan johdettu, että taajuustason konvoluutio vastaa aikatason kertolaskua

(B) Ollaan johdettu, että aikatason konvoluutio vastaa taajuustason kertolaskua

(C) Johdossa ei saa tehdä muuttujanvaihdosta $m = n - k$

(D) Johdossa on muita virheitä kuin c-kohdassa esitetty

1.4 Kuvan 1(a) suodin

(A) siirtofunktio on $H(z) = \frac{0.8+1.2z^{-1}+z^{-2}}{1-1.2z^{-1}-0.8z^{-2}}$

(B) on kokopäästösuodin ("allpass")

(C) on viiveiden suhteen kanoninen rakenne

(D) on FIR-tyyppinen

1.5 Analogisuodin $H(s) = 1/(s + 0.5)$ muutetaan digitaaliseksi $H(z)$ käyttäen bilineaarimuunnosta. Digitaalinen suodin on

(A) $H(z) = 1/(z^{-1} + 0.5)$

(B) $H(z) = 2/(1 + 2z^{-1})$

(C) $H(z) = (2/3) \cdot (1 + z^{-1})/(1 - (1/3)z^{-1})$

(D) $H(z) = (1 + z^{-1}) \cdot (1 - z^{-1})/(1 + 0.5z^{-1})$

1.6 Jotta signaali ei vierastu ("aliasing") näytteistyksessä, näytteenottovälin T_s tulee olla

(A) sama kuin sen signaalikomponentin perusjakso T_0, jolla on pisin perusjakso

(B) vähintään kaksi kertaa niin pitkä kuin signaalin korkeimman taajuuden perusjakson T_0

(C) vähintään puoli kertaa niin suuri kuin signaalin korkeimman taajuuden taajuus f_h

(D) enintään puolet signaalin korkeimman taajuuden perusjaksosta T_0

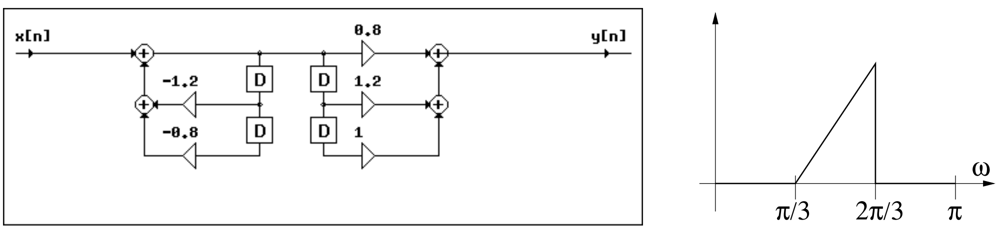
1.7 Reaalisen digitaalisen signaalin spektri $|X(e^{j\omega})|$ on kuvan 1(b) mukainen. Spektri on kaistarajoitettu välille $\pi/3 \le \omega \le 2\pi/3$. Signaalin näytteenottotaajuus korotetaan kolminkertaiseksi, ts. "upsämplätään" tekijällä $L = 3$. Tämän jälkeen signaalin taajuuskomponentteja löytyy väliltä $0 \le \omega \le \pi$:

(A) ei missään

(B) kaikissa kohdissa

(C) kohdissa $\pi/3 \le \omega \le 2\pi/3$

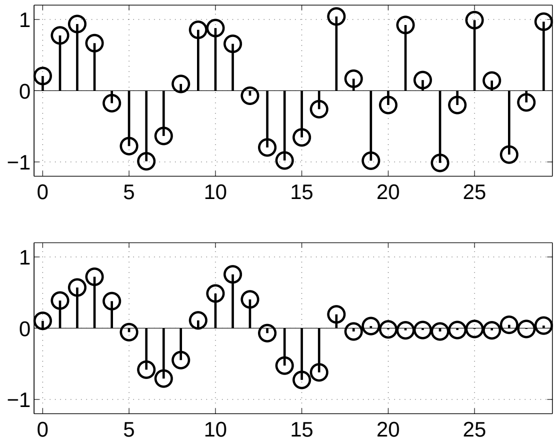
(D) kohdissa $\pi/9 \le \omega \le 2\pi/9$, $4\pi/9 \le \omega \le 5\pi/9$ ja $7\pi/9 \le \omega \le 8\pi/9$



Kuva 1: (a) ja (b): Monivalintatehtävien 1.4 ja 1.7 kuvia.

2) (6p) Toisen asteen kausaaliseen FIR-suotimeen (muistit tyhjinä) syötetään lukujono $x[n]$ ja sieltä saadaan ulostulo $y[n]$. Sekvenssien alut on piirretty kuvaan 2 ja ensimmäiset lukuarvot ovat:

$$\begin{aligned} x[n] &= \{\underline{0.2068}, 0.7760, 0.9362, 0.6680, -0.1754, -0.7780, -0.9900, \ldots\} \\ y[n] &= \{\underline{0.1034}, 0.3880, 0.5715, 0.7220, 0.3804, -0.0550, -0.5827, \ldots\} \end{aligned}$$



Kuva 2: Tehtävä 2, syöte $x[n]$ ja vaste $y[n]$.

a) Mikä on suotimen impulssivaste $h[n]$?

b) Mikä on suotimen siirtofunktio $H(z)$?

c) Hahmottele suotimen napanollakuvio ja amplitudivaste.

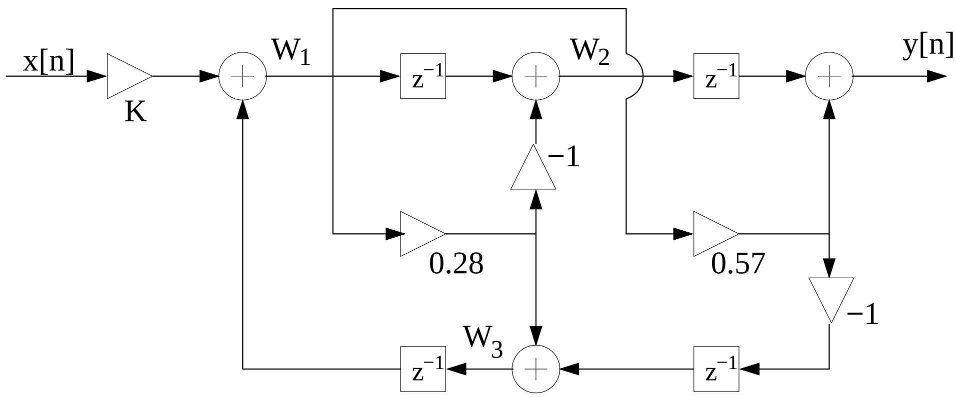
d) Selitä miksi ulostulo $y[n]$ näyttää menevän lähes nollaan ajan hetkillä $n \geq 18$.

3) (6p) Tutkitaan suodinta kuvassa 3.

a) Määritä suotimen siirtofunktio $H(z)$.

b) Piirrä napanollakuvio. Laske nollien ja napojen etäisyydet origosta.

c) Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$, kun $K = 1$. Minkä tyyppinen suodin on kyseessä (huomaa tietty symmetrisyys kertoimissa): alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / kokopäästö ("allpass")?



Kuva 3: Tehtävän 3 suodin.

4) (6p) Suunnitellaan FIR-suodin ikkunamenetelmällä, kun alipäästösuotimen rajataajuus on $f_c = 4000$ Hz ja näytteenottotaajuus $f_T = 10000$ Hz. Ikkunafunktioiden määrittelyjä ja ominaisuuksia varten tutki taulukkoa 1.

a) Piirrä ideaalisuotimen taajuusvaste $H_{ideal}(f)$.

b) Laske kyseisen ideaalisen suotimen impulssivasteen $h_{ideal}[n]$ arvot, kun $n = -2 \ldots 2$.

c) Laske FIR-suotimen kertoimet $h_{FIR}[n]$ ikkunamenetelmällä käyttäen Hamming-ikkunaa $w_H[n]$, jonka pituus on 5 ($M = 2$).

d) Arvioi saadun FIR-suotimen käyttökelpoisuutta, kun estokaistalta vaaditaan kyseinen 54,5 desibelin minimivaimennus.

5) (6p) Kuvassa 4 suotimen sisääntuloon tulevien arvojen bittimäärä on B. Kertolaskujen jälkeen määrä on $2B$. Jotta ulostulo saadaan jälleen B:n bitin suuruiseksi, joudutaan arvoa $w[n]$ kvantisoimaan (lohko Q).

Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän ("error feedback", "error-shaping filter") avulla. Kuvassa 4 on toisen asteen suodin, jossa mukana on toisen asteen virheen takaisinkytkentä.

Kirjoita ensin differenssiyhtälöt $e[n]$:lle ja $w[n]$:lle, ja kirjoita sitten taajuustasossa kvantisoitu ulostulo $Y(z)$ sisääntulon $X(z)$, sisääntuloa muokkaavan osan $H_x(z)$, kvantisointikohinan $E(z)$ ja kvantisointikohinaa muokkaavan osan $H_e(z)$ avulla muodossa

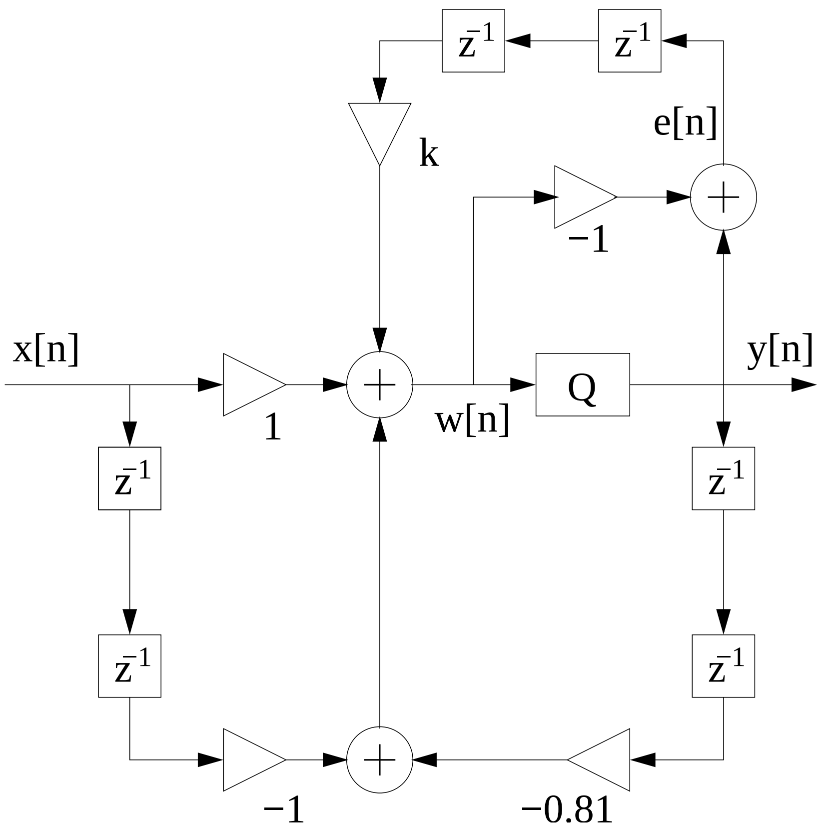
$$Y(z) = H_x(z)X(z) + H_e(z)E(z)$$

ja vastaa

a) kuinka suodin käyttäytyy, kun käytössä äärettömän pitkä sananpituus, ts. kvantisointia ei tapahdu ja $e[n] \equiv 0, \forall n$.

b) kuinka kohinan kokonaisspektri $E_{tot}(z) = H_e(z)E(z)$ muokkautuu, jos kompensointia ei käytetä, ts. $k = 0$, ja jos $e[n]$ on valkoista kohinaa eli että $E(z) = 1$ kaikilla taajuuksilla.

c) millä mahdollisimman yksinkertaisella k:n arvolla kohina saadaan siirrettyä varsinaisen suotimen estokaistalle, jossa sen merkitys on vähäisempi.



Kuva 4: Toisen asteen suodin, jossa toisen asteen virheen takaisinkytkentä.

Window	$w[n]$, $-M \le n \le M$	Length of main lobe Δ_{ML}	Relative side lobe A_{sl}	Mininum stopband attenu-ation	Length of transition band $\Delta\omega$
Rectangular	1	$4\pi/(2M+1)$	13.3 dB	20.9 dB	$0.92\pi/M$
Hann	$0.5 + 0.5\cos(\frac{2\pi n}{2M})$	$8\pi/(2M+1)$	31.5 dB	43.9 dB	$3.11\pi/M$
Hamming	$0.54 + 0.46\cos(\frac{2\pi n}{2M})$	$8\pi/(2M+1)$	42.7 dB	54.5 dB	$3.32\pi/M$
Blackman	$0.42 + 0.5\cos(\frac{2\pi n}{2M}) + 0.08\cos(\frac{4\pi n}{2M})$	$12\pi/(2M+1)$	58.1 dB	75.3 dB	$5.56\pi/M$

Taulukko 1: Ikkunafunktioiden ominaisuuksia.