

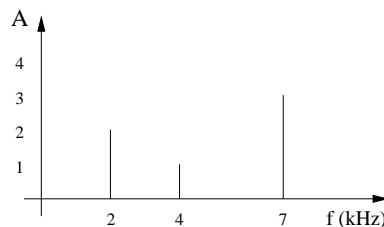
Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus (DISKO)

2. välikoe 15.11.2000 klo 17-20. Mukana saa olla omat (graafiset) laskimet ja taulukkokirja.

1. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? Oikea vastaus: +1 p, ei vastausta 0p, väärä vastaus -0.5 p; tehtävän pistemäärä on kuitenkin 0-6.
 - a) Allpass-suodin on aina lineaarivaiheinen.
 - b) Suotimen $H(z) = \frac{1-2z^{-1}+z^{-2}}{1+0.5z^{-1}}$ asteluku on 3.
 - c) Jos f_s on näytteenottotaajuus, niin välillä $f_s \dots 3f_s/2$ olevat taajuudet laskostuvat välille $0 \dots f_s/2$.
 - d) Laskostumista (aliasing) ei tapahdu jos signaalin korkein taajuus on enintään kaksi kertaa näytteenottotaajuus.
 - e) FFT-algoritmi (Fast Fourier Transform) approksimoi DFT:ä, ja vasta äärettömän suurella näytteenottotaajuudella sillä saadaan samoja tuloksia kuin normaalilla DFT:llä (discrete Fourier transform).
 - f) Diskreetin signaalin (näytesekvenssin) katkaisu esimerkiksi ikkunoimalla aiheuttaa säröä signaalin spektriin.
2. (6p) Jatkuvan jaksollisen signaalin $x(t)$ yksipuoleinen spektri $X(j\omega)$ on kuvassa 1. Oletetaan, että kaikki signaalit ovat samassa vaiheessa (nollavaihe).
 - a) Kirjoita signaali $x(t)$ aikatasossa kolmen kosinin summana (käänteinen Fourier-sarja)
$$x(t) = \sum_{k=1}^3 A_k \cos(2\pi f_k t + 0)$$
 - b) Mikä on signaalin perusjakson pituus $T_0 = 1/f_0$?
 - c) Jatkovaa signaalia näytteistetään taajuudella $f_s = 10$ kHz. Piirrä saadun diskreetin signaalin spektri.
 - d) Kuvan 1 jatkuvaa signaalia päätetään suodattaa ensin anti-aliasing suotimella

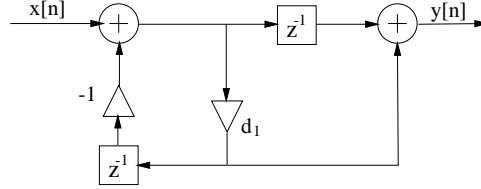
$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |f| < 5 \text{ kHz} \\ 0 & |f| > 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

Sitten signaali näytteistetään uudestaan taajuudella 10 kHz. Piirrä nyt saatu diskreetin signaalin spektri.



Kuva 1: Tehtävän 2 spektri

3. (6p) Tarkastellaan kuvassa 2 esitettyä allpass-tyyppistä suodinta.
- Muodosta suotimen differenssiyhtälö.
 - Muodosta suotimen siirtofunktio $H(z)$.
 - Piirrä suotimesta kanoninen versio eli rakenne, jossa on suotimen asteluvun verran viiveyksikköjä.



Kuva 2: Tehtävän 3 allpass-suotimen rakennekaavio

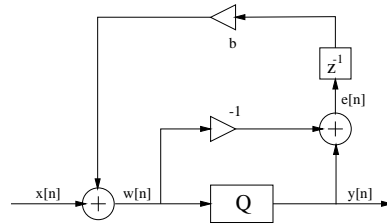
4. (6p) Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän (error feedback) avulla. Menetelmässä suodatettu virhesignaali lisätään kvantisointia ($Q[\cdot]$) edeltävään haaraan suodinrakenteessa. Ilman takaisinkytkentää virhesignaali $e[n]$ olisi puhdas kvantisointivirhe, ts. $e[n] = y[n] - x[n]$. Kompensoidussa piirissä virhesignaali $e[n]$ on lähdön $y[n]$ ja kompensoidun tulosaalain $w[n]$ välinen erotus. Oheisessa kuvassa 3 on ensimmäisen asteen error feedback -rakenne.

- Muodosta rakenteen kohinasiiirtofunktio $H_e(z)$

$$E_{tot}(z) = H_e(z)E(z)$$

missä $E(z)$ on virheen $e[n] = (Q[w[n]] - w[n])$ z-muunnos ja $E_{tot}(z)$ kokonaisvirheen $e_{tot}[n] = (y[n] - x[n])$ z-muunnos.

- Määää siirtofunktion $H_e(z)$ amplitudivaste, kun $b = 1$. Hahmottele amplitudivasteen kuvaaja. Miten kohinan spektri muuttuu, jos alkupe-
räinen kohina oletetaan tasajakautuneeksi taajuuden suhteen?
- Mitä tapahtuu kokonaisvirheen varianssille rakenteessa?
(Vihje: $\delta_{tot}^2 = \delta_e^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]|^2$)



Kuva 3: Tehtävän 4 error feedback -rakenne

z-muunnoksia:

$$ax[n - n_0] \leftrightarrow ae^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega})$$

$$H(z) = 1/(1 - e^{-T}z^{-1}) \leftrightarrow h[n] = e^{-nT}\mu[n]$$