Tik-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

2. välikoe, ma 3.5.1999 16-19 ABC
Ohjelmoitavien laskimien muisti on tyhjennettävä. Ei omia kaavakokelmia.

1. Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin?

   (a) Signaalien tulo aikatasossa vastaa muunnosten konvoluutiota taajuustasossa.

   (b) Diskreetti Fourier-muunnos on lineaarinen.

   (c) Diskreetin alipäästösuotimen (rajataajuus $\pi/4$) ja ylipäästösuotimen (rajataajuus $3\pi/4$) rinnankytkennästä saadaan kaistanpäästösuodin.

   (d) Parittoman Fourier-muunnoksen $X_1(j\omega)$ konvoluutio parillisen Fourier-muunnoksen $X_2(j\omega)$ kanssa on aina pariton.

   (e) $sin(\omega_0 t)$ Fourier-kertoimet ovat $a_{-1} = -1/2$, $a_1 = 1/2$ ja $a_k = 0$ muilla k:n arvoilla.

   (f) Ideaalinen diskreetti alipäästösuodin on kausaalinen.

2. Tarkastellaan kausaalista diskreettiaikaista LTI-systeemiä, jonka määrää differenssiyhtälö

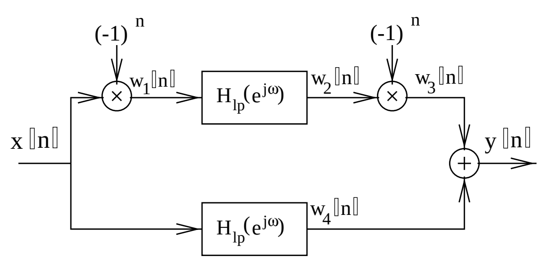
$$y[n] - ay[n-1] = bx[n] + x[n-1]$$

   missä $|a| < 1$ ja a on reaalinen.

   (a) Laske sellainen b, että amplitudivaste $|H(e^{j\omega})| = 1$ kaikilla taajuuksilla ω. Huom! *Vakio* b ei saa riippua ω:sta.

   (b) Laske vaste $y[n]$ syötteelle $x[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$, kun $a = -\frac{1}{3}$ ja b a-kohdan mukainen. Huom! Vastaukseksi ei riitä vastejonon $y[n]$ arvot, vaste on laskettava suljetussa muodossa.

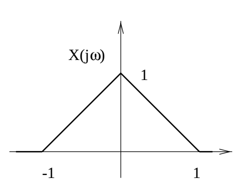
3. Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista diskreettiaikaista järjestelmää syötteellä $x[n]$ ja vasteella $y[n]$. LTI-järjestelmät $H_{lp}(e^{j\omega})$ ovat ideaalisia alipäästösuotimia rajataajuudella $\pi/6$ ja päästökaistan vahvistuksella 1. Hae koko järjestelmän taajuusvaste käyttämällä apuna w signaaleja ja diskreetin Fourier-muunnoksen ominaisuuksia. Minkälaisia taajuusominaisuuksia järjestelmällä on? Vihje: $(-1)^n = e^{j\pi n}$.



4. Tarkastellaan näytteenottoa jatkuva-aikaisesta signaalista $x(t)$. Tämä tapahtuu niin, että signaali kerrotaan näytteenottofunktiolla, jonka periodi on T, ja jonka Fourier-sarjaesitys on

$$p(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j(2\pi nt/T)},$$

   eli $x_p(t) = x(t)p(t)$. Muodosta funktion $x_p(t)$ Fourier-muunnos $X_p(j\omega)$, kun oletetaan $X(j\omega)$ tunnetuksi. Tutkitaan tilannetta, jossa $X(j\omega)$ on kuvassa esitetyn kaltainen



   Piirrä Fourier-muunnoksen $X_p(j\omega)$ magnitudin kuvaaja kun näytteenottotaajuus $\omega_s = 2\pi/T$ on

   (a) $\omega_s = 2$

   (b) $\omega_s = 3/2$.