Tik-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät
2. välikoe, to 7.5.1998 10-13 B

1. Alla on esitetty väittämiä koskien signaalia $x_i(t)$ ja vastaavaa Fourier-muunnosta $X_i(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t) \exp(-j\omega t) dt$. Vastaa, pitääkö kukin väittämä paikkansa lyhyesti perustellen.
   (a) (1p) Fourier-muunnos on aina reaalinen.
   (b) (1p) Fourier-muunnos on lineaarinen.
   (c) (2p) imaginäärisen ja parittoman signaalin $x_1(t)$ Fourier-muunnos $X_1(j\omega)$ on aina imaginäärinen ja pariton
   (d) (2p) parittoman Fourier-muunnoksen $X_2(j\omega)$ konvoluutio parillisen Fourier-muunnoksen $X_3(j\omega)$ kanssa on aina pariton
   (e) (2p) signaalin $x_4(t)$ kompleksikonjugaatin $x_4^*(t)$ Fourier-muunnos on muunnoksen $X_4(j\omega)$ kompleksikonjugaatti $X_4^*(j\omega)$
   (f) (2p) yksikköimpulssin $x_5(t) = \delta(t)$ Fourier-muunnos $X_5(j\omega)$ on nolla aina kun $\omega \neq 0$.

2. Tarkastellaan kausaalista diskreettiaikaista LTI-systeemiä, jonka määrää differenssiyhtälö

$$y[n] - ay[n-1] = bx[n] + x[n-1]$$

   missä $a < 1$ ja reaalinen.
   (a) (2p) Laske sellainen b, että amplitudivaste $|H \exp(j\omega)| = 1$ kaikilla taajuuksilla ω. Huom! *Vakio* b ei saa riippua ω:sta.
   (b) (4p) Laske vaste $y[n]$ syötteelle $x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$, kun $a = -\frac{1}{2}$. Huom! Vastaukseksi ei riitä vastejonon $y[n]$ arvot, vaste on laskettava suljetussa muodossa.
   Vihje: Signaalin $z[n] = a^n u[n]$ Fourier-muunnos on $Z(\exp(j\omega)) = \frac{1}{1 - a\exp(-j\omega)}$. Signaalin $w[n-1]$ muunnos on $\exp(-j\omega) W(\exp(j\omega))$, kun $W(\exp(j\omega))$ on signaalin $w[n]$ muunnos.

3. Tarkastellaan jatkuva-aikaista systeemiä

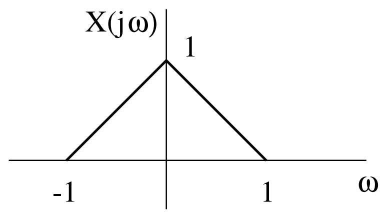
$$y'(t) + 10y(t) = x'(t) + x(t).$$

   Muodosta systeemin taajuusvaste $H(j\omega)$ (2p) sekä piirrä Boden diagrammit magnitudille (3p) ja vaiheelle (3p). Laske vielä systeemin ryhmäviive (2p). Vihje: $x'(t)$:n Fourier-muunnos on $j\omega X(j\omega)$.

4. Tarkastellaan näytteenottoa jatkuva-aikaisesta signaalista $x(t)$. Tämä tapahtuu niin, että signaali kerrotaan näytteenottofunktiolla, jonka periodi on T, ja jonka Fourier-sarjaesitys on

$$p(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j(2\pi n t/T)},$$

   eli $x_p(t) = x(t)p(t)$. Muodosta funktion $x_p(t)$ Fourier-muunnos $X_p(j\omega)$, kun oletetaan $X(j\omega)$ tunnetuksi (2p).
   Tutkitaan tilannetta, jossa $X(j\omega)$ on kuvassa esitetyn kaltainen



   Piirrä Fourier-muunnoksen $X_p(j\omega)$ magnitudin kuvaaja kun näytteenottotaajuus $\omega_s = 2\pi/T$ on
   (a) $\omega_s = 2$ (2p)
   (b) $\omega_s = 3/2$ (2p).