T-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

2. välikoe / tentti, ke 14.5.2003 9-12 C,L

Välikokeessa saa käyttää graafista laskinta, ylimääräinen muisti tyhjennettävä. Ei omia kaavakokoelmia. Taulukoita oheisella paperilla - käytä niitä hyväksesi!

2. välikoe: Kirjoita päällimmäiseen konseptiin "VÄLIKOE" ja **vastaa tehtäviin 3, 4, 5 ja 6.**
Tentti: Kirjoita päällimmäiseen konseptiin "TENTTI" ja **vastaa tehtäviin 1, 2, 4, 5 ja 6.**
HUOM! Jos olet tehnyt 8.5.2003 2. välikokeen, et voi uusia sitä nyt. Jos olet tehnyt tentin 8.5.2003, et voi uusia sitä nyt.

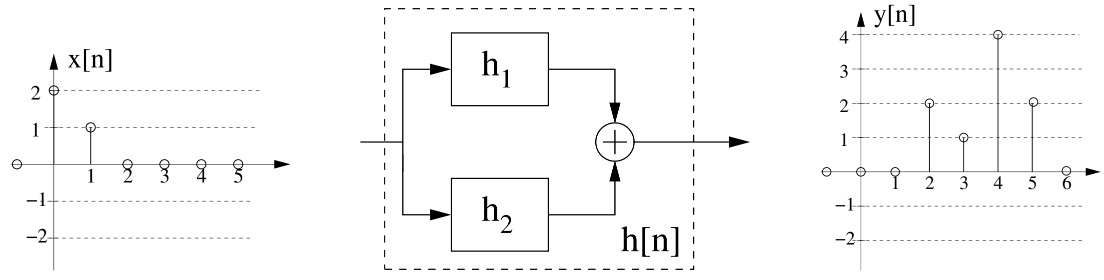
1) (Tentti, 6p) Tutkitaan seuraavia jatkuva- ja diskreettiaikaisia signaaleja:

$$
\begin{aligned}
x_1[n] &= \sin(\frac{27}{4}n) \\
x_2(t) &= 2\cos(\frac{27}{4}t + \pi/6) \\
x_3[n] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n-3k-1] + \delta[n-3k-2]\}
\end{aligned}
$$

a) Mitkä signaaleista ovat jaksollisia? Ilmoita jaksollisten signaalien perusjakso N_0 tai T_0.

b) Etsi kaikille a-kohdan jaksollisille signaaleille niiden peruskulmataajuus ω_0, Fourier-sarjaesitys ja -kertoimet.

2) (Tentti, 6p) Tarkastellaan kuvassa 1 olevaa diskreettiaikaista LTI-järjestelmää. Se koostuu kahdesta komponentista, jotka on yhdistetty kuvan (b) mukaisesti. Osajärjestelmän h_1 impulssivaste on $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$. $h_2[n]$ on tuntematon. Kun järjestelmään menee kuvan (a) mukainen syöte $x[n]$, saadaan ulostulona kuvan (c) mukainen vaste $y[n]$.



(a) (b) (c)

Kuva 1: Tehtävän 2 kuvat: (a) Syöte $x[n]$, $x[n] = 0$, kun $n < 0$, $n > 1$, (b) LTI-järjestelmä, (c) Vaste $y[n]$, $y[n] = 0$, kun $n < 2$, $n > 5$, $n \in Z$.

a) Laske $y_1[n] = h_1[n] * x[n]$.

b) Määrää koko impulssivasteen arvot $h[0]$ ja $h[1]$.

c) Määrää toisen osajärjestelmän impulssivaste $h_2[n]$.

d) Jos syötteenä on $x_m[n] = -x[n-1]$, niin mikä on ulostulo $y_m[n]$?

3) (Välikoe, 3 x 2p = 6p) Vastaa **kolmeen** väitteeseen, onko väite oikein (O) vai väärin (V). Perustele lyhyesti, mutta yksiselitteisesti.

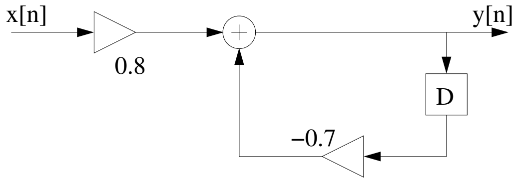
a) Tunnetaan reaaliarvoinen sekvenssi $x[n]$ ja sen diskreettiaikainen Fourier-muunnos $X(e^{j\omega})$. Taajuudella $\omega_c = \pi/6 : X(e^{j(\pi/6)}) = (\sqrt{3}/2) + (1/2)j \approx 0.8660 + 0.5j$.
Väite: $\angle X(e^{j(-\pi/6)}) = -\pi/6$.

b) Taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = \left(-0.2 - e^{-j\omega}\right) / \left(1 + 0.2e^{-j\omega}\right)$ on tyypiltään ylipäästösuodin.

c) LTI-suotimen $h_1[n] = \sum_{k=0}^{9} \delta[n-k]$ nousuaika on lyhyempi kuin LTI-suotimen $h_2[n] = 10 \cdot \sum_{k=0}^{19} \delta[n-k]$. (Nousuaika määritellään taulukkoarvojen ensimmäisen sivun alussa.)

d) Alipäästötyyppinen FIR-suodin on mahdollista toteuttaa niin, että sen ryhmäviive (group delay) on nollasta poikkeava vakio.

4) (Tentti/Välikoe, 6p) Tarkastellaan diskreettiaikaista järjestelmää, jonka lohkokaavioesitys (virtauskaavio) on kuvassa 2.



Kuva 2: Tehtävän 4 lohkokaavio.

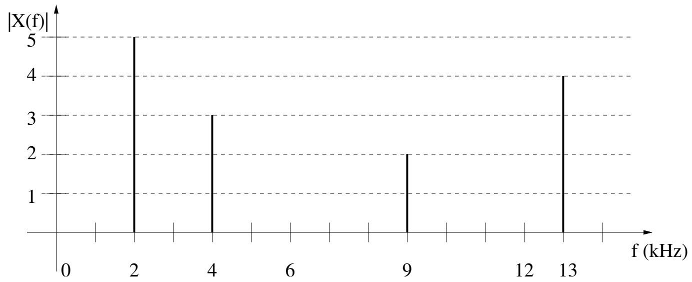
a) Onko suodin FIR vai IIR? Onko suotimen laskenta rekursiivista vai ei? Mikä on suotimen asteluku?

b) Muodosta järjestelmän taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$.

c) Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$. Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö, kaistanesto vai kaikki taajuudet sellaisenaan päästävä (all-pass)?

d) Etsi impulssivaste $h[n]$ käänteismuuntamalla tai ratkaisemalla differenssiyhtälö.

5) (Tentti/Välikoe, 6p) Tarkastellaan analogista reaalista signaalia, joka koostuu neljästä taajuuskomponentista, joiden muoto on $\cos(2\pi\, f_k\, t)$). Signaalin spektri, josta nähdään taajuuskomponenttien amplitudit on esitettynä kuvassa 3.



Kuva 3: Analogisen reaalisen signaalin spektri.

a) Näytteistetään signaalia $f_s = 12$ kHz:n taajuudella. Mikä on signaalista otettujen näytteiden aikaväli T_s?

b) Määrää ja piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri $|X_1(e^{j\omega})|$ kaistalla $f \in 0 \ldots 6$ kHz.

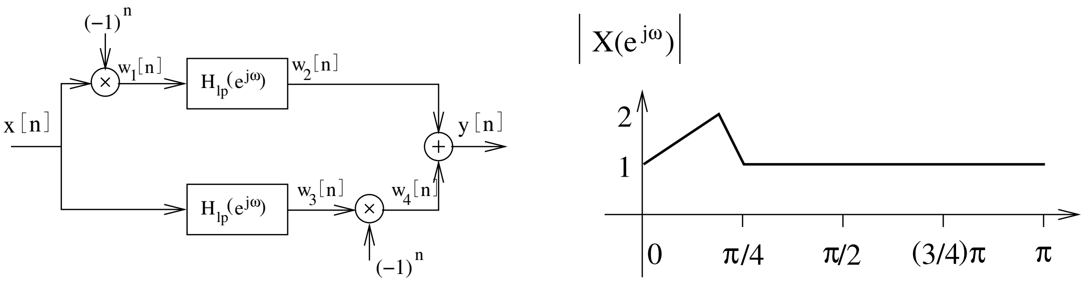
c) Alkuperäistä analogista signaalia suodatetaan ensin alipäästösuotimella

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 5 \text{ kHz} \\ 0.1, & f \geq 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

Suotimella on äärellinen transitiokaista $5 < f < 6$ kHz. Tämän lisäksi signaalia näytteistetään kaksinkertaisella, $f_s = 24$ kHz:n taajuudella. Piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri $|X_2(e^{j\omega})|$ kaistalla $f \in 0 \ldots 12$ kHz.

6) (Tentti/Välikoe, 6p) **Vaihtoehtoisesti joko A tai B.**

6A) Tarkastellaan kuvan 4(a) mukaista diskreettiaikaista järjestelmää syötteellä $x[n]$ ja vasteella $y[n]$. LTI-järjestelmät $H_{lp}(e^{j\omega})$ ovat ideaalisia alipäästösuotimia rajataajuudella $\pi/4$ ja päästökaistan vahvistuksella 1. Piirrä koko järjestelmän ulostulon spektri $|Y(e^{j\omega})|$ välillä $(0, \pi)$, kun sisääntulona on kuvan (b) mukainen reaalisen sekvenssin spektri $|X(e^{j\omega})|$ (kuvassa näkyy vain alue $(0, \pi)$). Käytä apuna w-signaaleja ja diskreetin Fourier-muunnoksen ominaisuuksia. Vihje: $(-1)^n = e^{j\pi n}$.



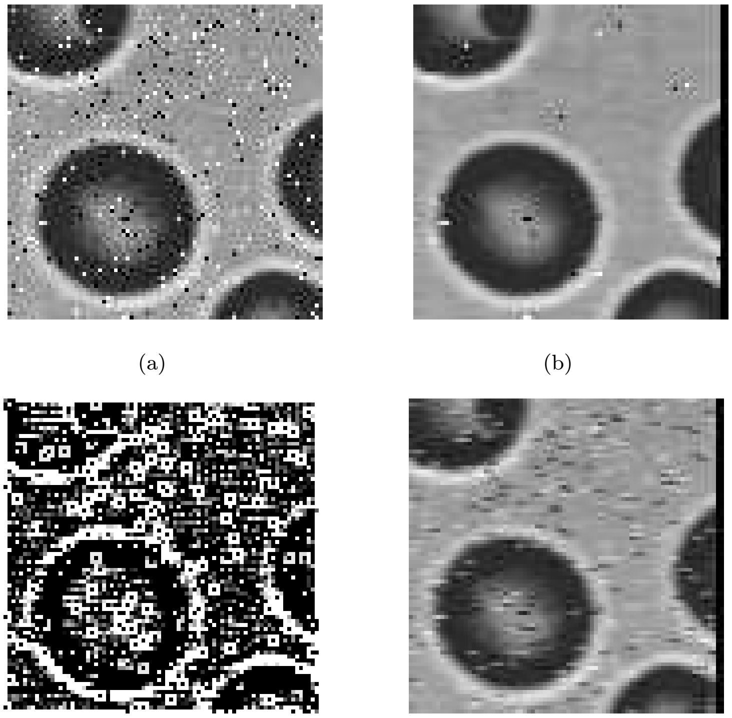
(a) (b)

Kuva 4: Tehtävän 6A kuvat: (a) diskreettiaikainen järjestelmä, (b) sekvenssin amplitudispektri $|X(e^{j\omega})|$.

6B) Tutki seuraavaa koodinpätkää, joka on kirjoitettu Matlabilla (ja johon on lisätty rivinumerot kunkin rivin alkuun). Sitä käytetään 2D-signaaliin, joka on esitetty harmaasävyarvoina (välillä 0-255) kuvassa 5(a). Osa pisteistä on täysin valkeita (255) ja osa täysin mustia (0).

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
01: figure, imshow(A,[0 255]);  % plot the original figure (blood cells)
02: number_of_rows = size(A, 1);
03: number_of_cols = size(A, 2);
04: B = zeros(number_of_rows, number_of_cols);  % initialize
05: C = zeros(number_of_rows, number_of_cols);  % initialize
06: for m = 1 : number_of_rows
07:   for n = 1 : number_of_cols-2
08:     temp = A(m, n:n+2);
09:     B(m,n) = mean(temp);
10:     C(m,n) = median(temp);
11:   end;
12: end;
13: figure, imshow(B,[0 255])
14: figure, imshow(C,[0 255])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Alla on alkuperäisen kuvan lisäksi kolme kuvaa, joista kaksi on aikaansaatu ylläesitetyllä Matlab-koodilla ja yksi eräästä toisesta operaatiosta. Selvitä, mitä ohjelma tekee, miten se liittyy kahteen kolmesta (b-d) alla olevasta kuvasta ja miksi nämä kaksi kuvaa ovat sellaisia kuin ovat. Miten tehtävä liittyy kurssin LTI-suotimiin?



(a) (b) (c) (d)

Kuva 5: Tehtävän 6B kuvat: (a) alkuperäinen, (b)-(d) käsiteltyjä, joista kaksi on peräisin tehtäväkoodista.