Tik-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

2. välikoe, ti 9.5.2000 16-19 A,B. (Simula, Koskela, Parviainen)
Välikokeessa saa käyttää matemaattista taulukkokirjaa ja graafista laskinta. Taulukoita oheisella paperilla - käytä niitä hyväksesi!

Konvoluutio: $y(t) = h(t) * x(t) = \int h(\tau)x(t-\tau)d\tau,\ y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$.

Eulerin kaava: $e^{j\omega} = cos(\omega) + j\ sin(\omega)$

1. (6p) Vastaa, onko väite oikein (O) vai väärin (V) (a 1 p).
   a) Aikatason signaalien konvoluutio vastaa signaalien Fourier-muunnosten kertolaskua taajuustasossa.
   b) Impulssivasteen $h[n] = \delta[n-1]$ määräämä suodin on vaiheeltaan epälineaarinen.
   c) Liikkuva keskiarvoistava (moving average filter) suodin on tyypiltään alipäästösuodin.
   d) Signaalin $x[n] = a^n u[n]$ spektrissä on piikki taajuudella $f = \frac{2\pi}{a}$ ja muuten nollaa.
   e) Kompleksisen taajuusvasteen käänteinen Fourier-muunnos ei ole lineaarinen.
   f) Diskreetin alipäästösuotimen (rajataajuus $\pi/4$) ja ylipäästösuotimen (rajataajuus $3\pi/4$) rinnankytkennästä saadaan kaistanpäästösuodin.

2. (6p) Tarkastellaan diskreettiaikaista systeemiä, joka on määritelty differenssiyhtälöllä

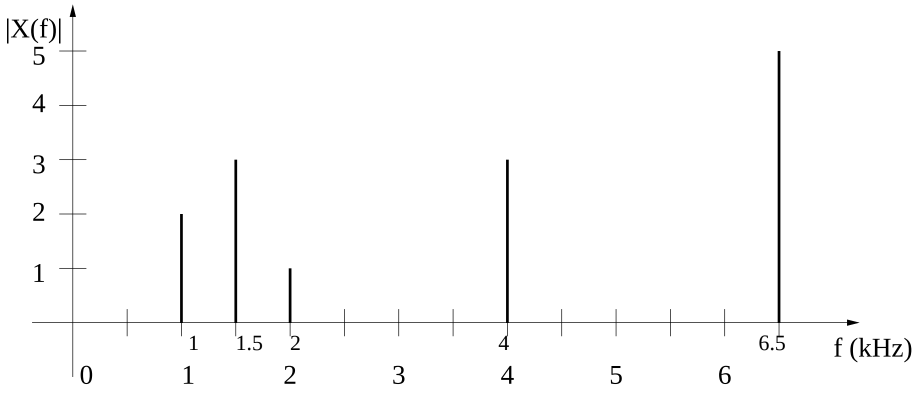
$$y[n] + \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = \frac{1}{2}x[n]$$

   a) Muodosta systeemin taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$. Vihje: käytä muunnosominaisuutta $x[n-n_0] \leftrightarrow e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$.
   b) Laske $|H(e^{j\omega})|$:lle likimääräisiä arvoja, kun ω saa arvoja $\{0,\ \pi/4,\ \pi/2,\ 3\pi/4,\ \pi\}$. Hahmottele näiden avulla amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$ välillä $0..\pi$. Suodin on matalaa, toista astetta, joten se käyttäytyy “rauhallisesti” pisteiden välissä. Vinkki nopeuttamaan käsin laskemista: $e^{j\pi/4} \approx 0.7 + 0.7j$.
   c) Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö, kaistanesto vai kaikki taajuudet sellaisenaan päästävä (all-pass)?
   d) Laske systeemin impulssivaste $h[n]$.

3. (6p) Tarkastellaan analogista signaalia, joka koostuu viidestä taajuuskomponentista. Signaalin spektri, josta nähdään taajuuskomponenttien amplitudit on esitettynä kuvassa 1. Spektri on symmetrinen origon suhteen - kuvassa on esitetty vain positiiviset taajuudet.

   Oletetaan, että vaihe on kaikilla taajuuksilla nolla (signaalit muotoa $cos(2\pi f_k t)$), joten vaiheen vaikutusta ei tarvitse analysoida.

   a) Näytteistetään signaalia 6 kHz:n taajuudella. Mikä on signaalista otettujen näytteiden aikaväli?
   b) Piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri kaistalla 0..3 kHz.
   c) b-kohdan diskreettiä signaalia suodatettiin suotimella, jonka impulssivaste on $h[n] = \delta[n-3]$, minkä jälkeen se palautettiin ideaalisesti takaisin analogiseksi. Mitä eroja voidaan kuulla alkuperäisen analogisen ja analogiseksi palautetun käsittelyn signaalin välillä?



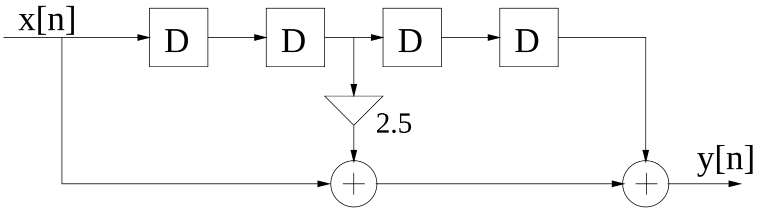
Kuva 1: Analogisen signaalin spektri

d) Kohdassa c) huomattiin suuret eroavaisuudet palautetussa signaalissa. Virheen ja häiriöiksi koettujen komponenttien vähentämiseksi alkuperäistä analogista signaalia suodatetaan ensin alipäästösuotimella

$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 2.5\ kHz \\ 0.1, & f \geq 3 \end{cases}$$

Suotimella on äärellinen transitiokaista $2.5 < f < 3\ kHz$. Oletetaan, että suodin on nollavaiheinen, niin ettei vaihe muutu suotimessa. Tämän lisäksi signaalia näytteistetään kaksinkertaisella, 12 kHz:n taajuudella. Piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri kaistalla 0..6 kHz.

4. (6p) Kuvassa 2 on neljännen asteen suodin



Kuva 2: Tehtävän 4 suotimen lohkokaavio

a) Kirjoita lohkokaaviosta impulssivaste $h[n]$.

b) Kirjoita järjestelmän taajuusvaste $H(e^{j\omega})$.

c) Hahmottele amplitudivasteen $|H(e^{j\omega})|$ käyttäytyminen kuten tehtävässä 2b.

d) Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö, kaistanesto vai kaikki taajuudet sellaisenaan päästävä (all-pass)?

e) Mikä on suotimen vaste yksikköaskeleeseen $u[n]$?