T-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

1. välikoe, maanantai 8.3.2004 15-18, sali M.
Välikokeessa EI saa käyttää matemaattista taulukkokirjaa, EIKÄ mitään laskinta. Taulukoita erillisellä paperilla. **Esitä selkeät välivaiheet tehtävissä 2-4.**

Seuraava luento normaalisti ke 10.3.2004. Tällä ja ensi viikolla EI ole paperilaskareita, mutta Matlab-laskareiden 12.-17.3. ilmoittautuminen on WWWTopissa.

1) (6p) Väitteitä, vastaa joko oikein (O) tai väärin (V). Oikeasta tuloksesta +1 pistettä, väärästä −1 pistettä. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävä maksimipistemäärä on kuitenkin kuusi ja minimipistemäärä nolla. Perusteluja ei tähän tehtävään vaadita.

a:		b:		c:		d:		e:		f:		g:		h:		i:	

a) Lukusekvenssi $x[n] = e^{3\pi jn/5 - j\pi/4} + e^{-3\pi jn/5 + j\pi/4}$ voidaan esittää myös sinifunktion avulla: $x[n] = 2\sin(3\pi n/5 + \pi/4)$.

b) Sekvenssi $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}(\delta[n-3k] - \delta[n+2k-1])$ on jaksollinen ja sen perusjakso $N_0 = 6$.

c) Signaalin $x(t) = \cos(10\pi t) + \sin(20\pi t)$ perusjakson T_0 pituus on 5 Hz.

d) Kausaalisen LTI-suotimen ulostulo $y[n]$ on nolla kaikille $n < 0$.

e) Tutkitaan LTI-suodinta, jonka impulssivaste on $h[n] = 0.5^n u[1-n]$.
Väite: Suodin on stabiili.

f) $y(t) = 2x(t-\pi)$ on kausaalinen LTI-järjestelmä.

g) Matlab-harjoituksissa esitettiin, että mediaanisuotimella voidaan poistaa tehokkaasti esimerkiksi harmaasävykuvasta yksittäisiä mustia tai valkeita pisteitä, jolloin korkeataajuinen kohina vähenee. M:n pisteen mediaanisuodin järjestää M harmaasävyä ($x[n]$, $x[n-1]$, ..., $x[n-M+1]$) suuruusjärjestykseen ja poimii niistä keskimmäisen.
Väite: Mediaanisuodin on alipäästötyyppinen LTI-suodin.

h) Sekvenssien $x[n] = 2004(\delta[n-2004] + \delta[n-2005])$ ja $h[n] = \delta[n] + \delta[n+1]$ konvoluutio on
$y[n] = h[n] * x[n] = 2004\delta[n-2004] + 4008\delta[n-2005] + 2004\delta[n-2006]$.

i) Spektrin $Y(j\omega) = e^{-2j\omega}/(1 + 0.5j\omega)$ käänteismuunnos on $y(t) = 2e^{-2(t-2)}u(t-2)$.

2) (6p) Piirrä lohkokaavioesitys ja kirjoita differenssiyhtälö rekursiivista laskentaa käyttävästä takaisinkytketystä IIR-järjestelmästä, jonka äärettömän pitkä impulssivaste on

$$h[n] = 4\delta[n] - \delta[n-1] + 0.5\delta[n-2] - 0.25\delta[n-3] + 0.125\delta[n-4] - 0.0625\delta[n-5] + \ldots$$

Halutussa suotimessa on kaksi tai kolme kerrointa (kolmiota), yksi tai kaksi viiveyksikköä (neliö, jossa D), sekä yksi tai kaksi summaajaa (ympyrä, jossa +) toteutuksesta riippuen.

3) (6p) Erääseen lineaariseen, siirtoinvarianttiin, stabiiliin ja kausaaliseen diskreettiaikaiseen järjestelmään syötettiin $x[n]$, ja ulostulona saatiin signaali $y[n]$ seuraavasti:

n	$x[n]$	$y[n]$
0	1	2
1	-2	1
2	0	?
3	1	?
4	2	?
5	0	?

a) (4p) Määritä $x[n]$:n ja $y[n]$:n avulla järjestelmän impulssivaste $h[n]$, kun tiedetään, että järjestelmän alkuarvot ovat nollia ja että se on muotoa (a, b, c ja d vakioita):

$$h[n] = \begin{cases} a, & \text{kun } n < 0 \\ b, & \text{kun } n = 0 \\ c, & \text{kun } n = 1 \\ d, & \text{kun } n > 1 \end{cases}$$

b) (2p) Laske taulukosta puuttuvat $y[n]$:n arvot.

4) (6p) Jaksollinen signaali $x(t)$ perusjaksolla $T_0 = 100$ sekuntia on määritelty seuraavasti:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 40 \\ 2, & 40 \leq t < 50 \\ 4, & 50 \leq t < 60 \\ 2, & 60 \leq t < 100 \end{cases}$$

a) (1p) Piirrä signaali välillä $-20 < t < 120$ sekuntia.

b) (1p) Mikä on signaalin peruskulmataajuus Ω_0 rad/s?

c) (3p) Laske Fourier-kertoimet a_k.

d) (1p) Signaalia $x(t)$ approksimoidaan signaalilla $x_{aM}(t)$, jossa on vain osa (äärellinen määrä) Fourier-sarjan termejä:

$$x_{aM}(t) = \sum_{k=-M}^{M} a_k \, e^{jk(2\pi/T_0)t}$$

Piirrä approksimoiva signaali $x_{a0}(t)$, jossa vain kerroin a_0, samaan kuvaajaan kuin a-kohdassa.