Tik-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

2. välikoe / Tentti, ti 16.5.2000 9-12 C,D. KORJATTU 16.5.2000. (Simula, Koskela, Parviainen)
Tentissä saa käyttää matemaattista taulukkokirjaa ja graafista laskinta. Taulukoita oheisella paperilla - käytä niitä hyväksesi!
2. välikokeeseen osallistujat: Kirjoita aluksi missä tentissä oli tiistaina 9.5. 2. välikokeeseen kuuluvat **tehtävät 3, 4, 5 ja 6**.
Tenttiin osallistujat: tehtävät 1, 2, 4, 5 ja 6.

Konvoluutio: $y(t) = h(t) * x(t) = \int h(\tau)x(t-\tau)d\tau,\ y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$.

Eulerin kaava: $e^{j\omega} = \cos(\omega) + j\,\sin(\omega)$

Merkinnät: impulssivaste $h(t)$ tai $h[n]$, taajuusvaste $H(j\omega)$ tai $H(e^{j\omega})$, yksikköimpulssi $\delta(t)$ tai $\delta[n]$, yksikköaskel $u(t)$ tai $u[n]$, syöte eli sisääntulo x, vaste eli ulostulo y.

1. (6p, tentti) Olkoon tunnettuna seuraavat kolme diskreettiaikaista järjestelmää

$$\begin{aligned} y_1[n] &= x[-n] + x[-n+1] - 1 \\ h_2[n] &= (-0.99)^n\, u[n+1] \\ y_3[n] &= y_3[n-2] + x[n] \end{aligned}$$

Vastaa kullekin järjestelmälle lyhyesti perustellen, onko se

a) lineaarinen
b) aikainvariantti
c) stabiili
d) kausaalinen

2. (6p, tentti) Olkooon annettuina signaalit

$$\begin{aligned} x_1[n] &= \sin(\frac{31}{4}n) \\ x_2(t) &= 2\cos(\frac{27}{4}t - \pi/8) \\ x_3[n] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n-3k-1] + \delta[n-3k-2]\} \end{aligned}$$

a) Tutki, mitkä signaaleista ovat jaksollisia. Ilmoita jaksollisten signaalien perusjakso N_0 tai T_0.
b) Etsi kaikille a-kohdan jaksollisille signaaleille niiden peruskulmataajuus ω_0, Fourier-sarjaesitys ja -kertoimet.

3. (6p, välikoe) Vastaa, onko väite oikein (O) vai väärin (V). (a 1 p).

a) Diskreettiaikainen Fourier-muunnos on jaksollinen puolen näytteenottotaajuuden välein.
b) Taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = e^{-j3\omega}$ vaimentaa korkeita taajuuksia.
c) Jos $|H_l(j\omega)|$ on alipäästösuodin, jonka arvot on skaalattu välille 0..1, niin $|H(j\omega)| = 1 - |H_l(j\omega)|$ on ylipäästösuodin.
d) Epälineaarivaiheisessa LTI-suotimessa sisääntulevan signaalin taajuudet muuttuvat.
e) Signaali $x[n] = \sin(\theta n)/(\pi n)$ voidaan esittää sinc-funktion avulla: $x[n] = (\theta/\pi)\,\mathrm{sinc}(\theta n/\pi)$.
f) Jaksollisen diskreetin signaalin $\sin(\omega_0 n)$ Fourier-sarjan kertoimet ovat $a_{-1} = -1/(2j)$ ja $a_1 = 1/(2j)$ sekä muulloin $a_k = 0$.

4. (6p, tentti/välikoe) Kuvankäsittelyssä joudutaan usein etsimään kuvasta reunoja. Tutkittava kuva muodostuu kuvapisteistä (pixel), joilla on harmaasävyarvo. Käyttämämme suodin tutkii kuvaa riveittäin vasemmalta oikealle liukuen. Uusi suodatettu kuvapiste on pistetulo kolmesta vierekkäisestä kuvapisteestä ja vektorista $\{-1,\ 2,\ -1\}$ siten, että suodin on kausaalinen. Suodatettavaan kuvaan tehdään vain lukuoperaatioita (read-only). Oleta kuvan ulkopuoliset pisteet nolliksi.

   a) Piirrä suotimen lohkokaavioesitys (kuten kuvassa 1), jossa $x[n]$ on alkuperäinen kuvapistejono ja $y[n]$ suodatettu kuvapistejono.

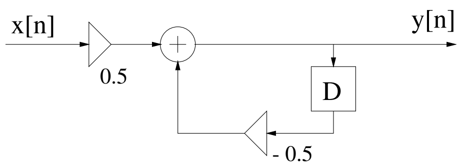
   b) Muodosta suodinta kuvaava $h[n]$.

   c) Muodosta systeemin taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$. Vihje: käytä muunnosominaisuutta $x[n-n_0] = e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$.

   d) Hahmottele $|H(e^{j\omega})|$ likimääräisesti välillä $0..\pi$ laskemalla sen arvoja, kun ω saa arvoja $\{0,\ \pi/4,\ \pi/2,\ 3\pi/4,\ \pi\}$ Suodin on matalaa, toista astetta, joten se käyttäytyy "rauhallisesti" pisteiden välissä. Vinkki nopeuttamaan käsin laskemista: $e^{j\pi/4} \approx 0.7 + 0.7j$.

   e) Laske konvoluution $y[n] = x[n] * h[n]$ tulos, kun $x[n] = \{0,\ 0,\ 7,\ 8,\ 8,\ 8,\ 9,\ 1,\ 0,\ 0\}$.

5. (6p, tentti/välikoe) Tarkastellaan diskreettiaikaista systeemiä, jonka lohkokaavioesitys on kuvassa 1.



Kuva 1: Lohkokaavio tehtävään 5

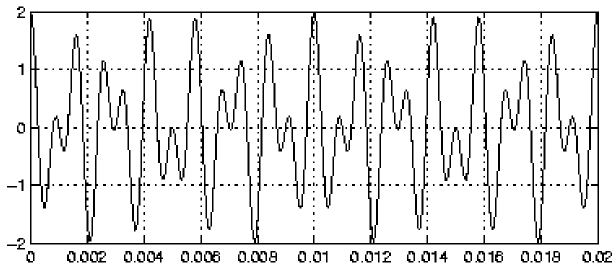
   a) Muodosta systeemin taajuusvaste $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$ (kuten tehtävässä 4c).

   b) Hahmottele amplitudivaste $|H(e^{j\omega})|$ (kuten tehtävässä 4d).

   c) Etsi impulssivaste $h[n]$ käänteismuuntamalla, ratkaisemalla differenssiyhtälö tai kokeilemalla.

   d) Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö, kaistanesto vai kaikki taajuudet sellaisenaan päästävä (all-pass)?

6. (6p, tentti/välikoe) Tarkastellaan puhelimen näppäinääntä 1, joka koostuu kahden kosinisignaalin (muotoa $\cos(2\pi f_k t)$), $f_1 = 700$ Hz, $f_2 = 1200$ Hz, summasta. Signaalin aikatason kuvaaja on kuvassa 2.



Kuva 2: Näppäinääni "1" aikatasossa

   a) Piirrä näytteistetyn diskreetin signaalin spektri (Fourier-muunnoksen itseisarvo) välillä $0..0.5\ f_s$, jossa näytteenottotaajuus f_s on

      i) 950 Hz

      ii) 1900 Hz

      iii) 3800 Hz

   b) Näppäinääni "2" koostuu kosinisignaaleista, joiden taajuudet ovat 700 ja 1340 Hz. Olkoon käytössä näytteenottotaajuus on 3800 Hz. Olkoon käytettävissä seuraavia ideaalisia suotimia

      S_1 : alipäästösuodin, joka päästää taajuudet alta 1000 Hz.

      S_2 : alipäästösuodin, joka päästää taajuudet alta 1300 Hz.

      Soitetaan näppäinääniä "1" ja "2" mielivaltaisessa järjestyksessä. Muodosta käyttämällä yhtä tai useampaa käytettävissä olevaa ideaalista alipäästösuodinta järjestelmä, joka päästää läpi vain kosinikomponentin 1200 Hz. Piirrä järjestelmästä kaavio taajuustasossa (S_1, S_2, ...).