

Palauta ratkaisusi viimeistään 31.1.2002 osoitteeseen Jouni Seppänen, Informaatiotekniikan laboratorio, PL 5400, 02015 TKK. Ongelmatapauksissa tehtäviin voi saada selvennystä sähköpostitse (jkseppan@cis.hut.fi). Jos sinulla on muita kiireitä tammikuun lopulla, tehtävät kannattaa ratkaista aiemmin.

1. Bayes-verkon kaarien suuntien ajatellaan usein liittyvän kausaalisuuteen: solmusta  $A$  on kaari solmuun  $B$ , jos satunnaismuuttujan  $A$  kuvaama ilmiö on  $B$ :n kuvaaman ilmiön "välitön aiheuttaja". Tämä ei ole välttämätöntä. Jos on nimittäin annettu todennäköisyysjakauma ja mikä tahansa satunnaismuuttujien järjestys, jakaumaa voi kuvata sellaisella verkkorakenteella, jonka kaaret kulkevat järjestyksen suuntaisesti. Jos järjestys on huono, kaaria voi tulla turhan paljon.

Anna esimerkki tilanteesta, jossa satunnaismuuttujien järjestäminen kausaalisuuden mukaan tuottaa olennaisesti vähemmän kaaria kuin jollain muulla tavalla. Jos et ole asiasta samaa mieltä, voit antaa myös esimerkin, jossa kausaalinen järjestys on huonompi kuin jokin muu. Voit käyttää luovuutta Bayes-verkon kuvaaman aihealueen valinnassa, mutta riippumattomuuksien tulisi olla edes jossain määrin järkeviä.

2. Olkoon  $G$  suuntaamaton verkko. Oletetaan, että  $G$ :n klikeistä voidaan muodostaa puu, jolla on klikkipuulta vaadittava ominaisuus "running intersection property". Osoita, että  $G$  on kolmioitu (eli se ei sisällä yhtään vähintään neljän solmun kierrosta, jossa ei ole oikopolkua).
3. Olkoon  $G$  suuntaamaton verkko. Oletetaan, että  $G$  on kolmioitu. Osoita, että  $G$ :n klikeistä voidaan muodostaa puu, jolla on klikkipuulta vaadittava ominaisuus "running intersection property".

Vihje: Puun voi muodostaa ahneella algoritmilla, joka lisää puuhun aina sellaisen erotusjoukon (sepset) yhdistämät klikit, jossa on mahdollisimman paljon muuttujia mutta joka ei muodosta sykliä.

4. Moralisoinnissa Bayes-verkkoon lisätään kaaria ja siitä tehdään suuntaamaton. On olennaista, että tämä ei tuota verkkoon uusia riippumattomuuksia. Päteekö toisaalta, että moralisoidussa verkossa ovat voimassa kaikki samat ehdolliset riippumattomuudet kuin alkuperäisessä verkossa? Jos pätee, todista tämä; jos ei päde, anna vastaesimerkki.

Suuntaamattoman verkon riippumattomuudet voidaan määritellä seuraavasti. Solmujoukko  $C$  erottaa joukot  $A$  ja  $B$ , jos jokainen polku  $A$ :n solmusta  $B$ :n solmuun kulkee  $C$ :n solmun kautta. Jos  $C$  erottaa  $A$ :n ja  $B$ :n ja  $A \cap B = B \cap C = C \cap A = \emptyset$ , niin  $A$  ja  $B$  ovat toisistaan riippumattomat ehdolla  $C$ .